

Lý thuyết Mạch II

(Cơ sở kỹ thuật điện II)

Giảng viên: PGS. TSKH. Trần Hoài Linh
ĐHBK Hà Nội
thlinh2000@yahoo.com

Nội dung môn học

- Thời lượng lên lớp: 2 tiết/tuần
- Thí nghiệm: 5 bài (liên hệ C1-101)
- Kiểm tra giữa kỳ: khoảng tuần 8 – 10
- Kiểm tra cuối kỳ: đề chung toàn khoa.
- Cấu trúc đề thi: 3 bài (9 điểm) + 1 điểm trình bày
- Chú ý: tự luyện tập kỹ năng do không có giờ bài tập, không có bài tập lớn.
- Một số bài tập cũ tham khảo: www.group3i.net

Nội dung môn học

Phần III: Mạch phi tuyến (xác lập, quá độ)

Phần IV: Đường dây dài (xác lập, quá độ)

Nội dung môn học

Phần III: Mạch phi tuyến (xác lập, quá độ)

1. Các phần tử và các hiện tượng cơ bản trong mạch phi tuyến:
2. Chế độ xác lập:
 - Nguồn DC: chế độ hằng
 - Nguồn AC: chế độ dừng
 - Xếp chồng DC+AC: phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Nội dung môn học

Phần III: Mạch phi tuyến (xác lập, quá độ)

3. Chế độ quá độ:

- Các vấn đề chung
- Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn
- Phương pháp các bước sai phân

Nội dung môn học

Phần IV: Đường dây dài (xác lập, quá độ)

1. Các khái niệm cơ bản của đường dây dài:
 - Các hiện tượng và thông số cơ bản của đường dây
 - Các phương trình cơ bản của đường dây (tập trung xét cho tín hiệu xoay chiều điều hòa)
2. Đường dây dài ở chế độ truyền công suất (xác lập)
 - Hệ phương trình hyperbolic của đường dây dài
 - Ma trận **A** tương đương của đường dây dài
 - Giải mạch đường dây dài ở chế độ truyền công suất

Nội dung môn học

Phần IV: Đường dây dài (xác lập, quá độ)

3. Đường dây dài ở chế độ truyền sóng (quá độ)

- Đường dây dài không tiêu tán
- Mô hình Petersen cho sóng đánh tới cuối đường dây
- Giải quá trình quá độ cho đường dây đơn
- Quá trình truyền sóng trên mạch có nhiều đường dây

Phần III: Mạch phi tuyến

Chương I: Các khái niệm, hiện tượng và các bài toán cơ bản

Chương II: Mạch phi tuyến ở chế độ hằng

Chương III: Mạch phi tuyến ở chế độ dừng

Chương IV: Mạch phi tuyến ở chế độ xếp chồng

Chương V: Mạch phi tuyến ở chế độ quá độ

Chương I: Các khái niệm, hiện tượng và các bài toán cơ bản

1.1. Các phần tử phi tuyến

1.2. Mạch điện phi tuyến

1.3. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình đại số phi tuyến

1.5. Một số bài toán cơ bản trong mạch phi tuyến

1.1. Các phần tử phi tuyến

a. Các phần tử tải tuyến tính trong mạch điện:

- Gồm R, L, C, M
- Phương trình đặc trưng của các phần tử là phương trình tuyến tính
- (Nhắc lại) Định nghĩa hàm $f(x)$ là hàm tuyến tính khi:

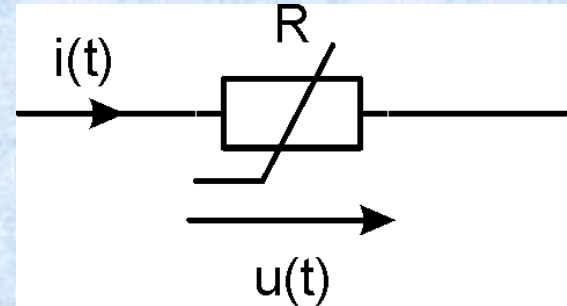
$$f(a_1x_1 + a_2x_2) = a_1f(x_1) + a_2f(x_2)$$

- Phần tử phi tuyến: là phần tử có phương trình đặc trưng **không phải là phương trình tuyến tính**

1.1. Các phần tử phi tuyến

b. Các phần tử tải phi tuyến trong mạch điện:

b.1. Điện trở R phi tuyến:



- Phương trình đặc trưng quan hệ $u-i$ của điện trở là phương trình phi tuyến.
- Có 3 dạng chính để mô tả quan hệ phi tuyến:
 - Cho theo hàm: $u=f(i)$ hoặc $i=f(u)$
 - Cho theo đồ thị: Đường cong $u=f(i)$ hoặc $i=f(u)$
 - Cho theo bảng: Đường gấp khúc tuyến tính hóa từng đoạn

1.1. Các phần tử phi tuyến

b.1. Điện trở R phi tuyến (2)

Ví dụ:

- Hàm phi tuyến

$$u(t) = 5 \cdot i(t) + 0,3 \cdot i^3(t)$$

$$i(t) = 0,2 \cdot u(t) + 0,001 \cdot u^3(t)$$

Chú ý:

- Thông thường ta tạm xét phần tử R có đặc tính đối xứng nên khi đó hàm đặc tính là hàm lẻ

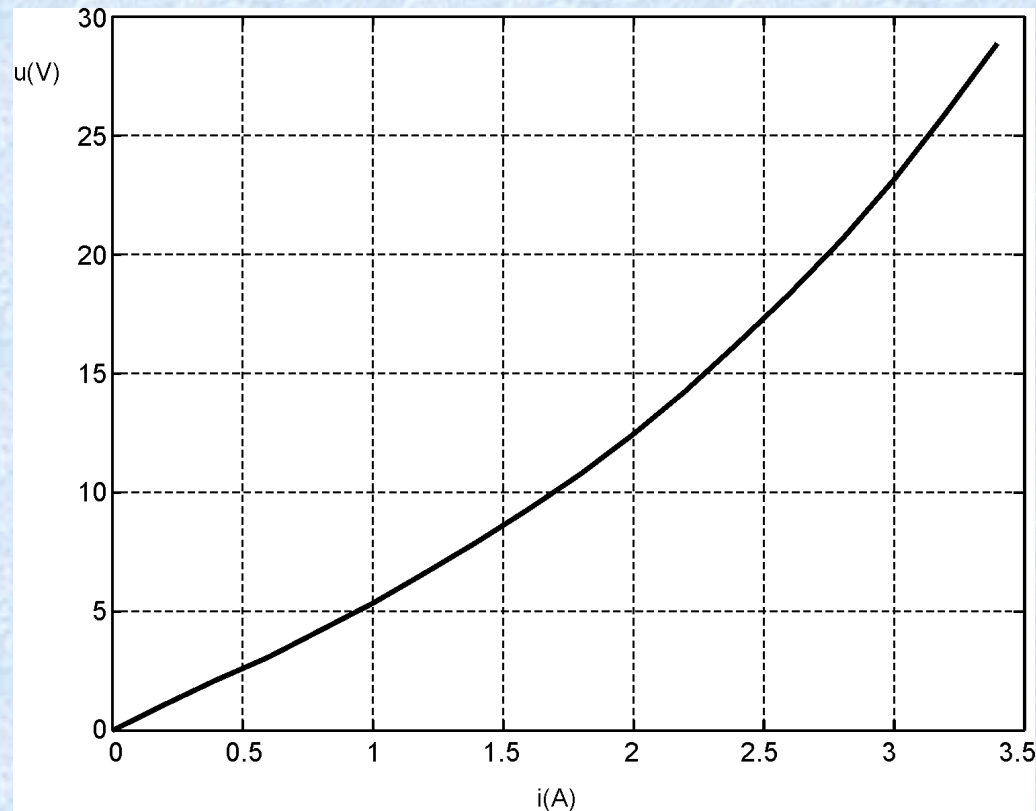
1.1. Các phần tử phi tuyến

b.1. Điện trở R phi tuyến (3)

Ví dụ:

- Đồ thị đặc tính:

Chú ý: ta thường có đặc tính cho trong góc phần tư thứ nhất, đặc tính trong góc phần tư thứ ba được lấy đối xứng tâm.



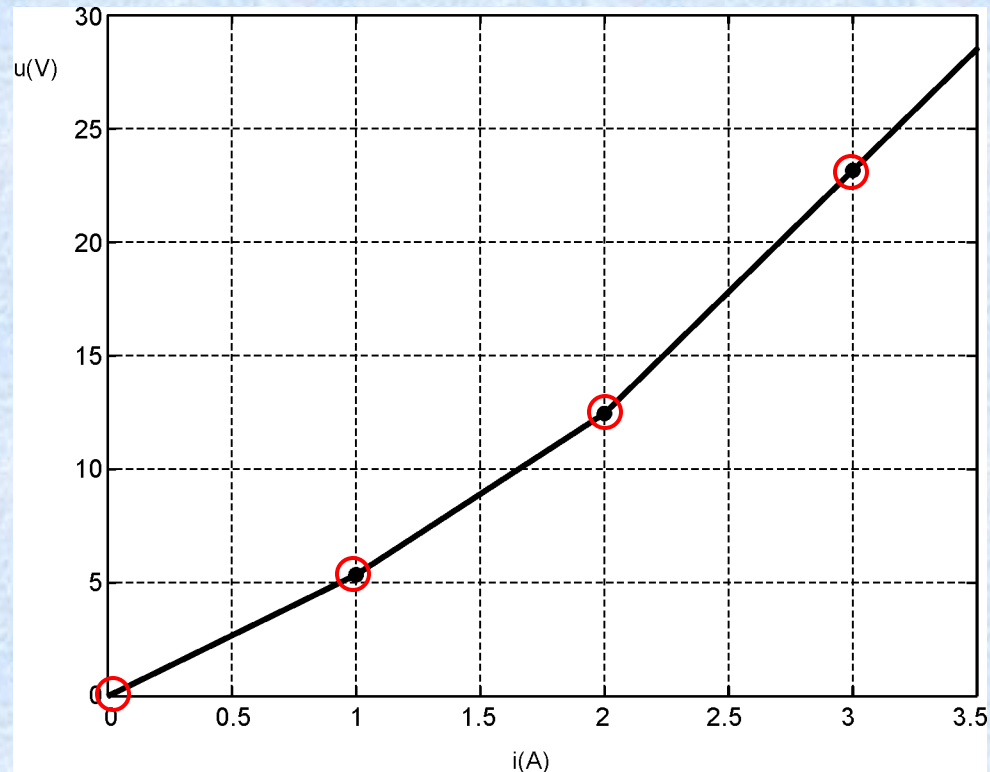
1.1. Các phần tử phi tuyến

b.1. Điện trở R phi tuyến (4)

- Bảng đặc tính: thực chất tương đương với một đồ thị được tuyến tính hóa từng đoạn.
- Đoạn đặc tính cuối cùng được ngầm định là kéo dài ra vô hạn.

U(V)	0	5,3	12,4	23,1
I(A)	0	1	2	3

Bài tập: Xác định đa thức xấp xỉ các điểm đã cho (bậc của đa thức từ 1 đến (n-1))



1.1. Các phần tử phi tuyến

b.1. Điện trở R phi tuyến (5)

- Từ đặc tính của phần tử ta có hai dạng “khai thác” thông tin chính:
 - Xác định các giá trị tĩnh: tọa độ của các điểm trên đường đặc tính (từ $U \rightarrow I$, từ $I \rightarrow U$).

$$i = I_0 \rightarrow u = f(i) = U_0$$

$$u = f(i) = U_0 \rightarrow i = f^{-1}(U_0) = I_0$$

- Xác định các giá trị động: góc nghiêng của tiếp tuyến tại mỗi điểm của đặc tính ($i'(u=U_0)$, $u'(i=I_0)$) nhằm tiến tới nhiệm vụ tuyến tính hóa đặc tính xung quanh điểm làm việc

1.1. Các phần tử phi tuyến

b.1. Điện trở R phi tuyến (6)

Đoạn BC xung quanh điểm A có thể được xấp xỉ bằng tiếp tuyến của đường đặc tính tại điểm A:

$$BC : u = f(i) \approx a \cdot i + b = f'(i = I_A) \cdot i + (U_A - f'(i = I_A) \cdot I_A)$$

Đặt biến mới:

$$u \approx a \cdot i + b$$

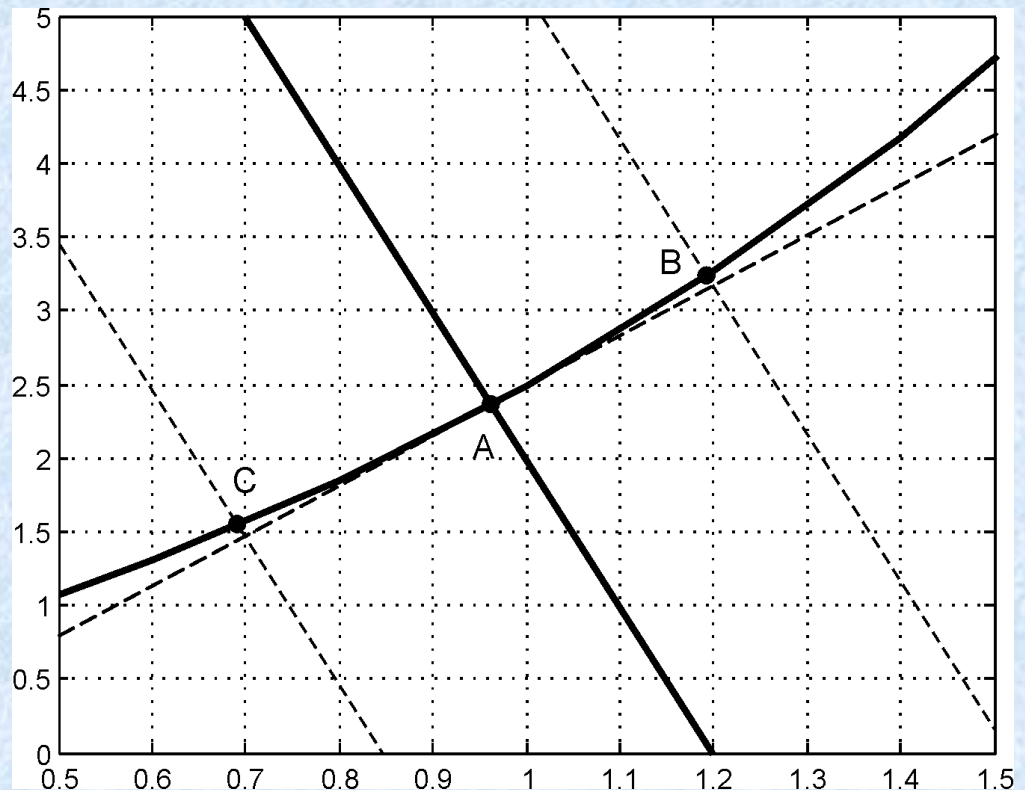
$$a \rightarrow R_{\text{động}}$$

$$b \rightarrow E_{\text{phát sinh}} = E_{ps}$$

$$\rightarrow u \approx R_{\text{động}} \cdot i + E_{ps}$$

Câu hỏi: 1. Giá trị động tại điểm nối của đường gấp khúc?

2. Giá trị $R_{\text{động}}$ khi có $i=f(u)$?



1.1. Các phần tử phi tuyến

b.2. Cuộn dây L phi tuyến:

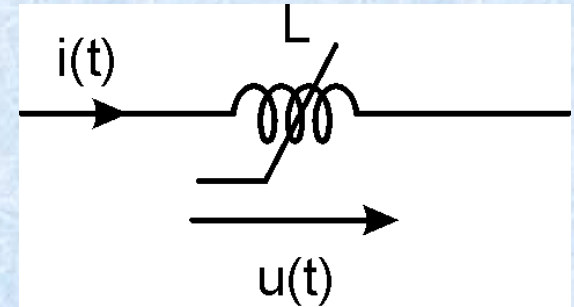
- Phương trình đặc trưng quan hệ *từ thông – dòng điện* $\Psi - i$ của

cuộn dây là phương trình phi tuyến,

- Quan hệ $\Psi - u$ *bất biến* (như L tuyến tính): $u(t) = \frac{d\Psi}{dt}$

→ quan hệ $u-i$ của cuộn dây cũng là quan hệ phi tuyến.

- Có 3 dạng chính để mô tả quan hệ phi tuyến:
 - Cho theo hàm: $\Psi=f(i)$ hoặc $i=f(\Psi)$
 - Cho theo đồ thị: Đường cong $\Psi=f(i)$ hoặc $i=f(\Psi)$
 - Cho theo bảng: Đường gấp khúc tuyến tính hóa từng đoạn



1.1. Các phần tử phi tuyến

b.2. Cuộn dây L phi tuyến (2)

Ví dụ:

- Hàm phi tuyến

$$\psi(t) = a \cdot i(t) + b \cdot i^3(t)$$

$$i(t) = a \cdot \psi(t) + b \cdot \psi^3(t)$$

Chú ý:

- Thông thường ta tạm xét phần tử L có đặc tính đối xứng nên khi đó hàm đặc tính là hàm lẻ
- Tạm thời chưa xét hiện tượng từ trễ (LTT, Máy điện)

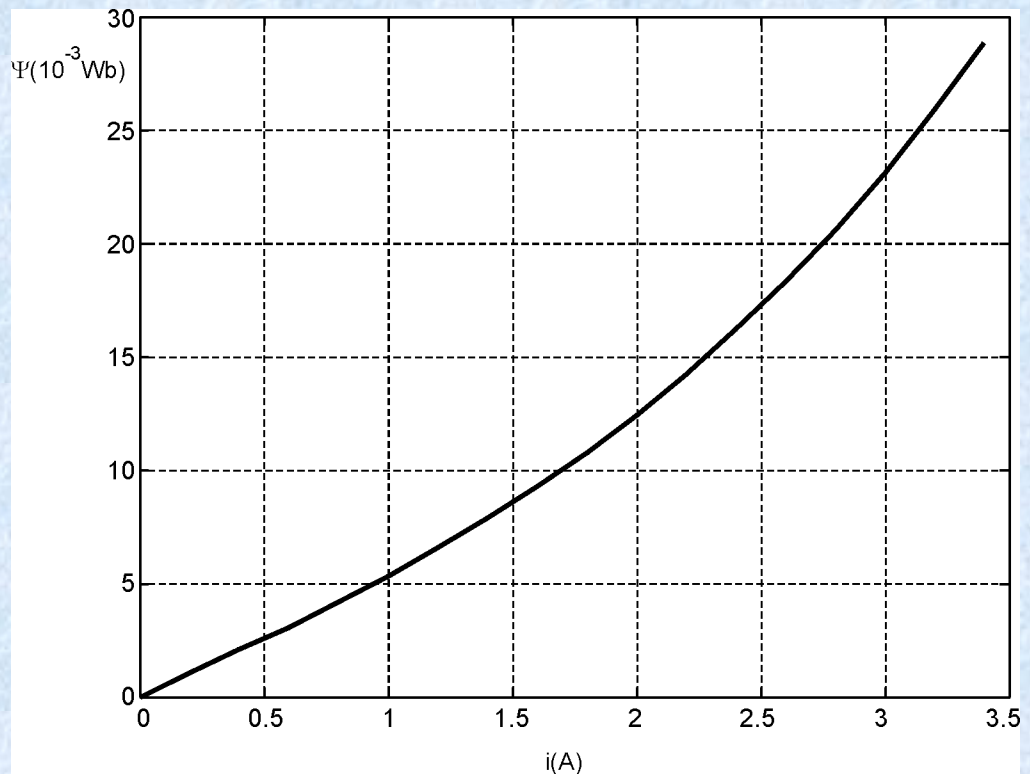
1.1. Các phần tử phi tuyến

b.2. Cuộn dây L phi tuyến (3)

Ví dụ:

- Đồ thị đặc tính:

Chú ý: ta thường có đặc tính cho trong góc phần tư thứ nhất, đặc tính trong góc phần tư thứ ba được lấy đối xứng tâm.

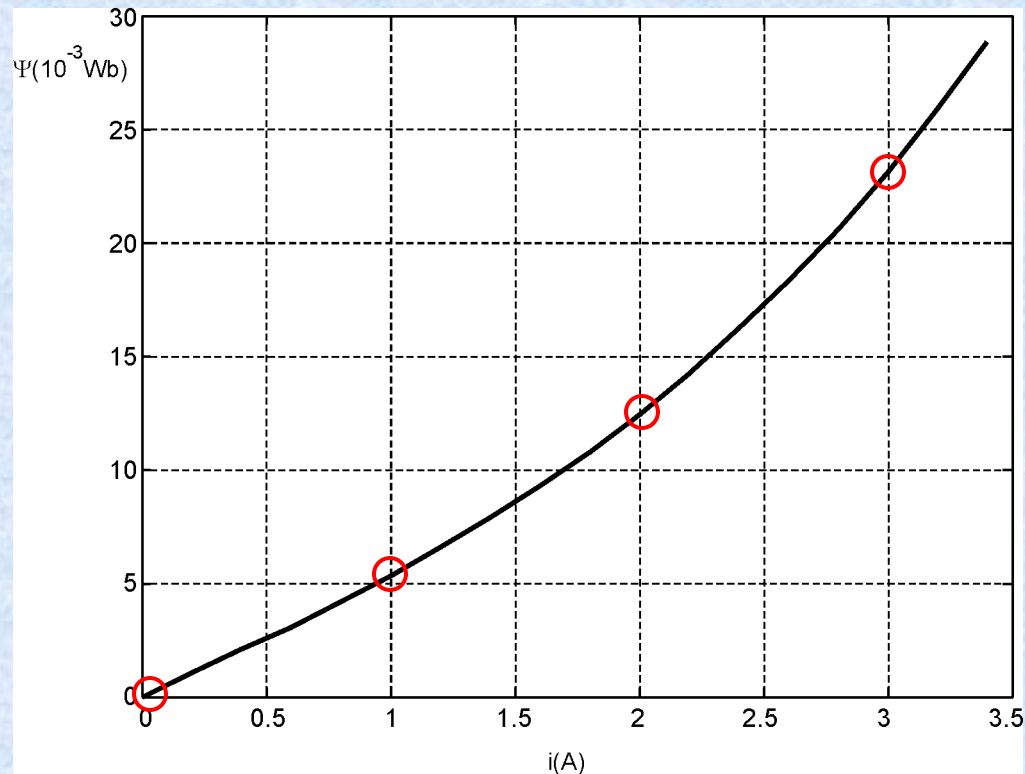


1.1. Các phần tử phi tuyến

b.2. Cuộn dây L phi tuyến (4)

- Bảng đặc tính: thực chất tương đương với một đồ thị được tuyến tính hóa từng đoạn.
- Đoạn đặc tính cuối cùng được ngầm định là kéo dài ra vô hạn.

$\psi(10^{-3} \text{ Wb})$	0	5,3	12,4	23,1
$i(\text{A})$	0	1	2	3



1.1. Các phần tử phi tuyến

b.2. Cuộn dây L phi tuyến (5)

- Từ đặc tính của phần tử ta có hai dạng “khai thác” thông tin chính:
 - Xác định các giá trị tĩnh: tọa độ của các điểm trên đường đặc tính (từ $\psi \rightarrow I$, từ $I \rightarrow \psi$).

$$i = I_0 \rightarrow \psi = f(i) = \psi_0$$

$$\psi = f(i) = \psi_0 \rightarrow i = f^{-1}(\psi_0) = I_0$$

- Xác định các giá trị động: góc nghiêng của tiếp tuyến tại mỗi điểm của đặc tính ($i'(\psi = \psi_0)$, $\psi'(i=I_0)$) nhằm tiến tới nhiệm vụ tuyến tính hóa đặc tính xung quanh điểm làm việc

1.1. Các phần tử phi tuyến

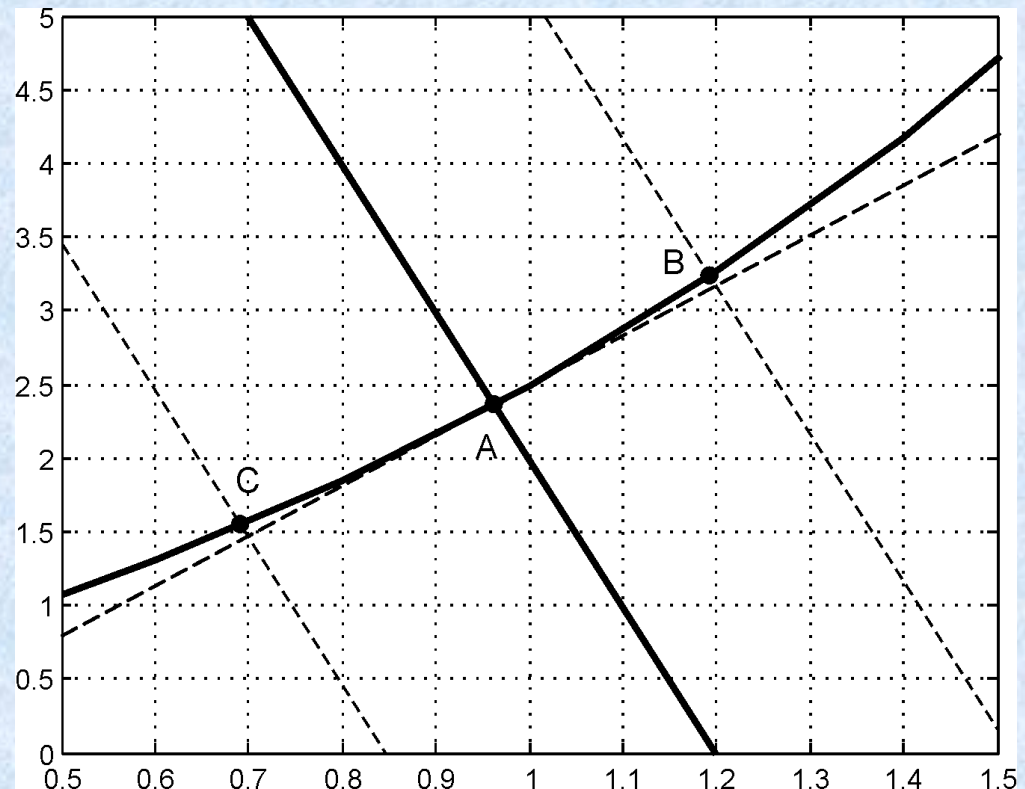
b.2. Cuộn dây L phi tuyến (6)

Đoạn BC xung quanh điểm A có thể được xấp xỉ bằng tiếp tuyến của đường đặc tính tại điểm A:

$$BC: \psi = f(i) \approx a \cdot i + b = f'(i = I_A) \cdot i + (\psi_A - f'(i = I_A) \cdot I_A)$$

Tương tự:

$$BC: \psi \approx L_{\text{động}} \cdot i + \psi_{ps}$$

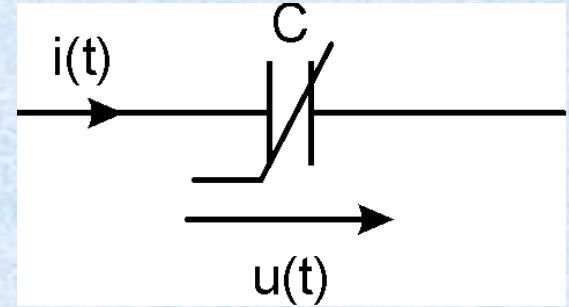


Câu hỏi: Giá trị $L_{\text{động}}$ khi có $i=f(\psi)$?

1.1. Các phần tử phi tuyến

b.3. Tụ điện C phi tuyến:

- Phương trình đặc trưng quan hệ *điện tích – điện áp* $q - u$ của tụ điện là phương trình phi tuyến,



- Quan hệ $q - i$ (như tụ tuyến tính): $i(t) = \frac{dq}{dt}$
→ quan hệ $u-i$ của tụ điện cũng là quan hệ phi tuyến.

- Có 3 dạng chính để mô tả quan hệ phi tuyến:
 - Cho theo hàm: $q=f(u)$ hoặc $u=f(q)$
 - Cho theo đồ thị: Đường cong $q=f(u)$ hoặc $u=f(q)$
 - Cho theo bảng: Đường gấp khúc tuyến tính hóa từng đoạn

1.1. Các phần tử phi tuyến

b. Các phần tử tải phi tuyến trong mạch điện:

b.3. Tụ điện C phi tuyến (2)

Ví dụ:

- Hàm phi tuyến

$$q(t) = a \cdot u(t) + b \cdot u^3(t)$$

$$u(t) = a \cdot q(t) + b \cdot q^3(t)$$

Chú ý:

- Thông thường ta tạm xét phần tử C có đặc tính đối xứng nên khi đó hàm đặc tính là hàm lẻ.

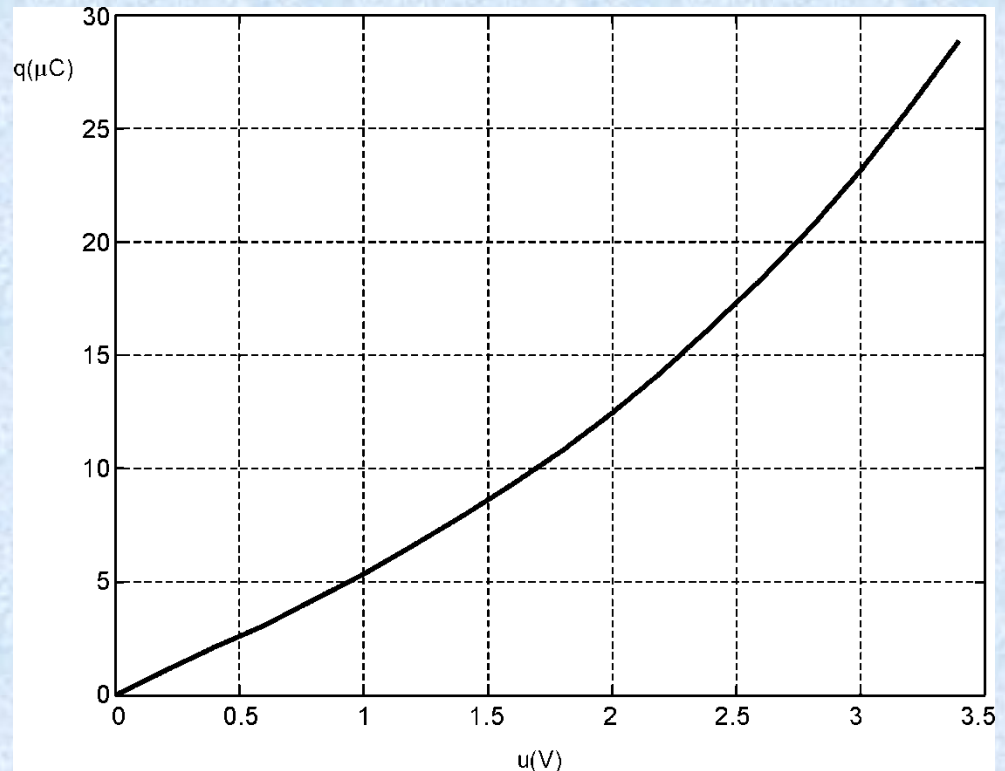
1.1. Các phần tử phi tuyến

b.3. Tụ điện C phi tuyến (3)

Ví dụ:

- Đồ thị đặc tính quan hệ $q-u$:

Chú ý: ta thường có đặc tính cho trong góc phần tư thứ nhất, đặc tính trong góc phần tư thứ ba được lấy đối xứng tâm.

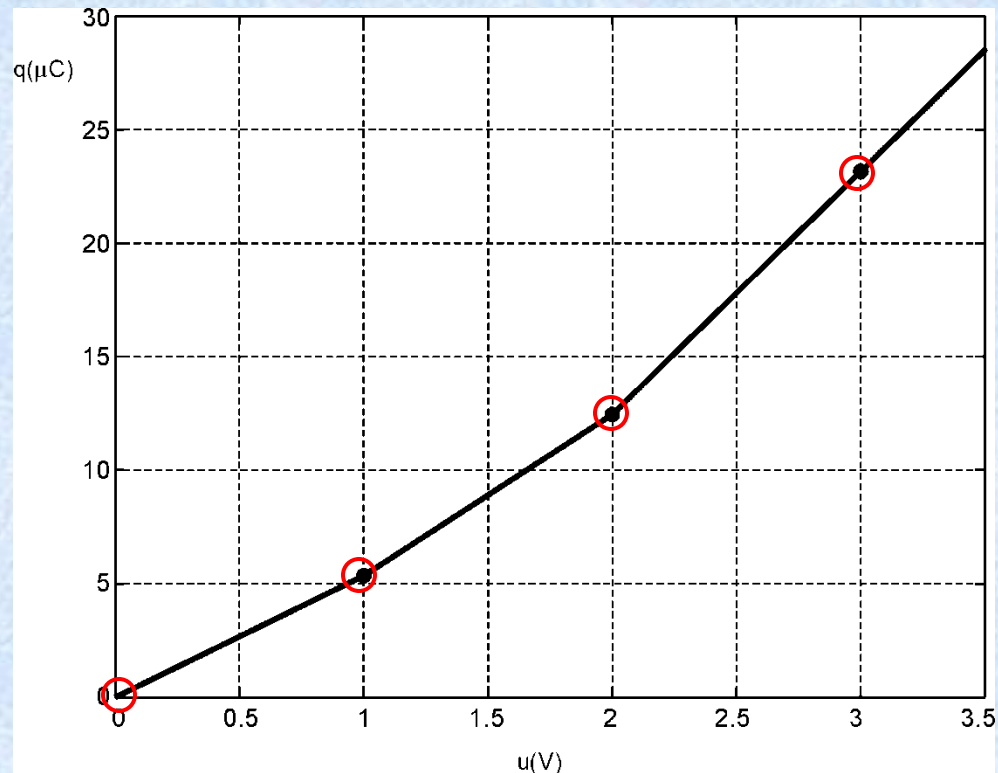


1.1. Các phần tử phi tuyến

b.3. Tụ điện C phi tuyến (4)

- Bảng đặc tính: thực chất tương đương với một đồ thị được tuyến tính hóa từng đoạn.
- Đoạn đặc tính cuối cùng được ngầm định là kéo dài ra vô hạn.

$q(\mu\text{C})$	0	5,3	12,4	23,1
$U(\text{V})$	0	1	2	3



1.1. Các phần tử phi tuyến

b.3. Tụ điện C phi tuyến (5)

- Từ đặc tính của phần tử ta có hai dạng “khai thác” thông tin chính:
 - Xác định các giá trị tĩnh: tọa độ của các điểm trên đường đặc tính (từ $Q \rightarrow U$, từ $U \rightarrow Q$).

$$u = U_0 \rightarrow q = f(u = U_0) = Q_0$$

$$q = f(u) = Q_0 \rightarrow u = f^{-1}(q = Q_0) = U_0$$

- Xác định các giá trị động: góc nghiêng của tiếp tuyến tại mỗi điểm của đặc tính ($q'(u = U_0)$, $u'(q = Q_0)$) nhằm tiến tới nhiệm vụ tuyến tính hóa đặc tính xung quanh điểm làm việc

1.1. Các phần tử phi tuyến

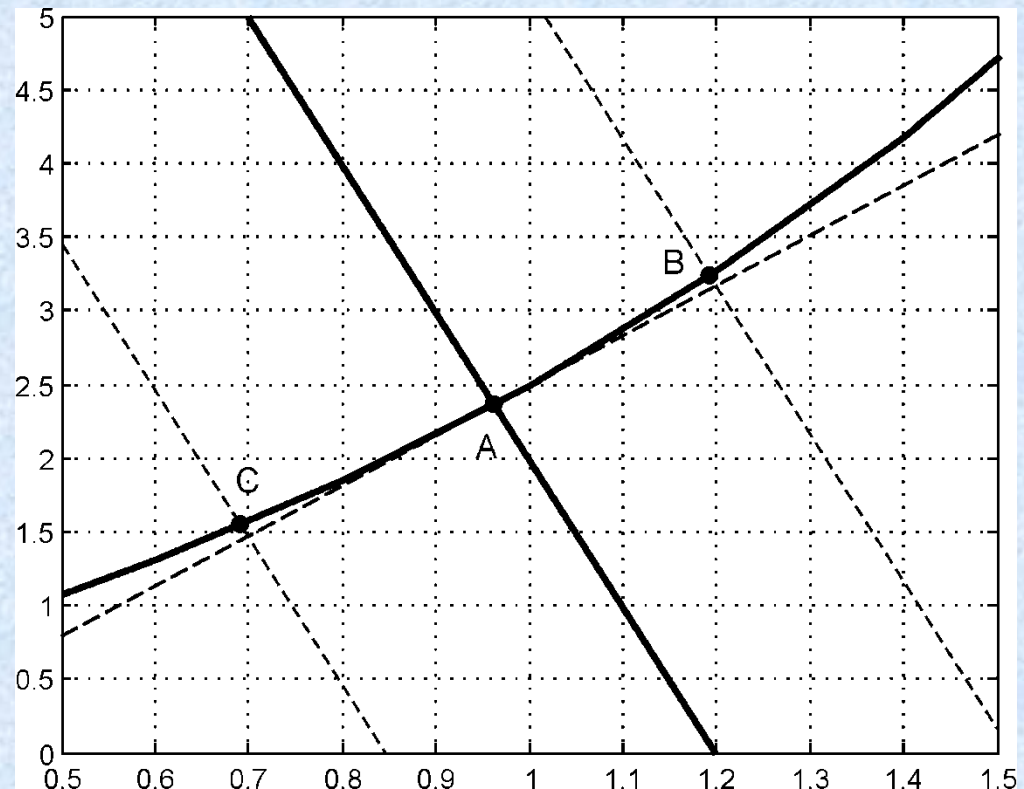
b.3. Tự điện C phi tuyến (6)

Đoạn BC xung quanh điểm A có thể được xấp xỉ bằng tiếp tuyến của đường đặc tính tại điểm A:

$$BC : q = f(u) \approx a \cdot u + b = f'(u = U_A) \cdot u + (Q_A - f'(u = U_A) \cdot U_A)$$

Tương tự:

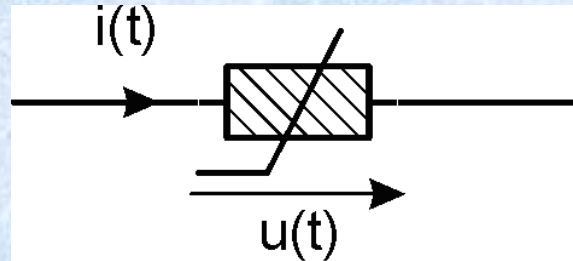
$$BC : q \approx C_{\text{động}} \cdot i + q_{ps}$$



Câu hỏi: Giá trị $C_{\text{động}}$ khi có $u=f(q)$?

1.1. Các phần tử phi tuyến

c. Công suất tiêu thụ trên các phần tử phi tuyến:



Công suất tiêu thụ tức thời: $p(t) = u(t) \cdot i(t)$

Công suất phát tức thời: $p_{phat}(t) = -p(t)$

Công suất tiêu thụ trung bình (trong một khoảng thời gian T):

$$p(t) \rightarrow P_{tb} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

Ghi chú: Xem lại nguyên tắc tính P_{tb} cho trường hợp tín hiệu có nhiều thành phần tần số!

1.2. Mạch điện phi tuyến

Mạch điện tuyến tính:

Là mạch điện có tất cả các phần tử tải là phần tử tuyến tính (và các nguồn là các nguồn tuần hoàn)

Mạch điện phi tuyến:

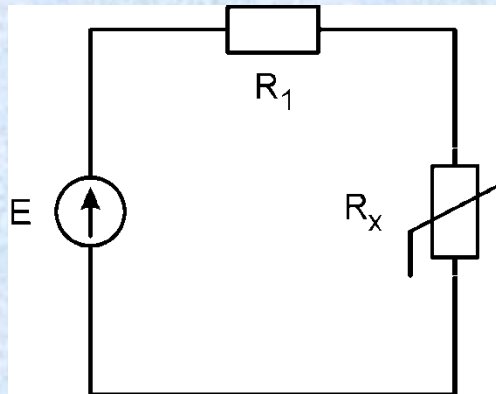
Là mạch điện có ít nhất một phần tử tải là phần tử phi tuyến (và các nguồn vẫn là các nguồn tuần hoàn)

hay nói cách khác:

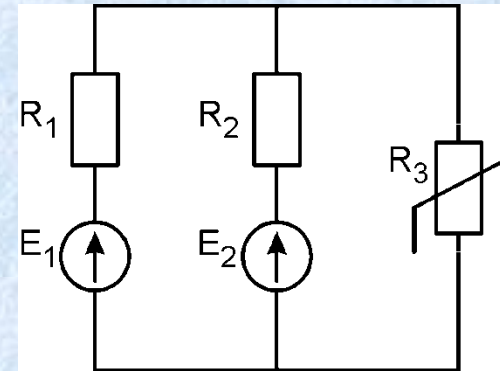
Chỉ cần 1 phần tử tải là phần tử phi tuyến thì toàn bộ mạch điện là mạch phi tuyến!!!

1.2. Mạch điện phi tuyến

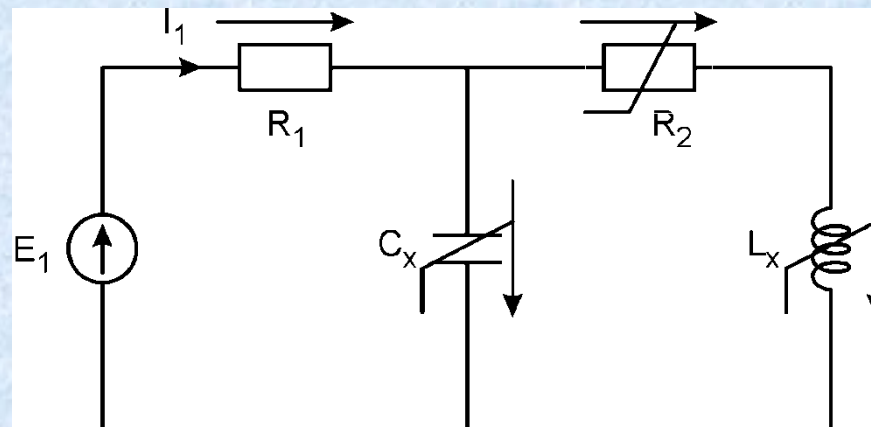
Một số mạch ví dụ:



(1)



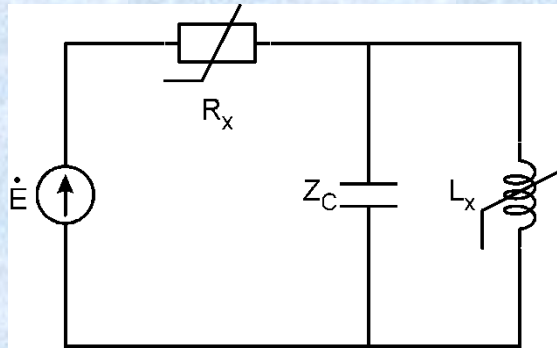
(2)



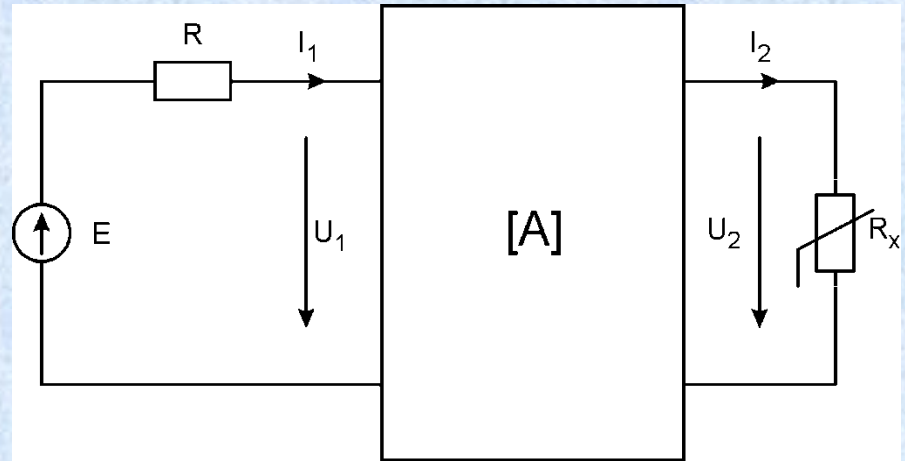
(3)

1.2. Mạch điện phi tuyến

Một số ví dụ:



(4)



(5)

(...)

1.3. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến

a. Nhiệm vụ giải mạch điện phi tuyến:

Cho một mạch điện (cấu trúc mạch, giá trị các nguồn, giá trị hoặc đặc tính của các phần tử tải)

→ Tìm tất cả các tín hiệu $u(t)$, $i(t)$ trong mạch (từ đó tính các công suất $p(t)$)

b. Phương pháp: Hai bước

1. Lập hệ phương trình (phi tuyến, vi-tích phân)
2. Giải hệ phương trình (phi tuyến, vi-tích phân)

1.3. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến

c. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến:

- Hai định luật K1 và K2 trong miền thời gian vẫn được thỏa mãn (như trong mạch tuyến tính).
- Các phương trình đặc trưng cho các phần tử tuyến tính vẫn được sử dụng như trước.

→ Các phương trình Kirchhoff được xây dựng theo các nguyên tắc tương tự như trong các mạch tuyến tính

→ Sử dụng phối hợp với các đặc tính của các phần tử ta có thể chuyển các phương trình K2 thành các phương trình theo dòng nhánh (hoặc theo các biến đặc

1.3. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến

c. Hệ phương trình Kirchhoff của mạch phi tuyến:

- Có thể lập hệ phương trình Kirchhoff theo các bước (mạch gồm các phần tử 1 cửa):
 - Xác định số phương trình cần lập (bằng số dòng nhánh ẩn của mạch)
 - Xác định số phương trình K1 (bằng số nút bậc ≥ 3 trừ đi 1)
 - Xác định số phương trình K2 (bằng số phương trình cần lập trừ đi số phương trình K1)
 - Lập các phương trình K1 (cho các nút bậc ≥ 3)
 - Lập các phương trình K2 (cho các vòng không chứa nhánh nguồn dòng)

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến đại số

- Phương pháp lặp:

Giải hệ phương trình dạng $\mathbf{x} = \mathbf{f}(\mathbf{x})$

- Phương pháp dây cung:

Giải hệ phương trình dạng $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$

- Phương pháp đồ thị:

Tìm giao điểm của các đồ thị

- ...

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp lặp: Giải hệ phương trình dạng $\mathbf{x} = f(\mathbf{x})$

1. Xuất phát từ điểm ban đầu $\mathbf{x}_0$ bất kỳ
2. Xác định điểm ước lượng tiếp theo:

$$\mathbf{x}_{k+1} = f(\mathbf{x}_k), k \geq 0$$

1. Lặp lại cho đến khi thỏa mãn điều kiện dừng:

$$\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| < \varepsilon$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp lặp: Ví dụ minh họa

$$0,3I^3 + 15I - 12 = 0 \rightarrow I = \frac{12}{15} - \frac{0,3}{15}I^3 = 0,8 - 0,02I^3$$

Xuất phát từ giá trị ban đầu nào đó: $I^{(0)} = 0$

$$I^{(0)} = 0 \rightarrow I^{(1)} = f(I^{(0)}) = 0,8$$

$$\rightarrow I^{(2)} = f(I^{(1)}) = 0,8 - 0,02 \cdot 0,8^3 = 0,790$$

$$\rightarrow I^{(3)} = f(I^{(2)}) = 0,8 - 0,02 \cdot 0,79^3 = 0,79 = I^{(2)}$$

Kiểm tra lại nghiệm:

$$0,3I^3 + 15I - 12 = 0,3 \cdot 0,79^3 + 15 \cdot 0,79 - 12 = -0,0021$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp lặp: Ví dụ minh họa (*hệ phương trình nhiều ẩn*)

$$\begin{cases} 12x + 0,3x^3 + 2xy - 15 & = 0 \\ 15y + 0,2\sin(y) + 2x^2y - 20 & = 0 \end{cases}$$

Biến đổi về dạng chuẩn:

$$\begin{cases} x & = -\frac{0,3}{12}x^3 - \frac{2}{12}xy + \frac{15}{12} \\ y & = -\frac{0,2}{15}\sin(y) - \frac{2}{15}x^2y + \frac{20}{15} \end{cases}$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

Xuất phát từ giá trị ban đầu nào đó:

$$\left(x^{(0)}; y^{(0)} \right) = (0; 0)$$

Tiến hành các bước tính toán:

$$\left(x^{(0)}; y^{(0)} \right) = (0; 0) \rightarrow \left(x^{(1)}; y^{(1)} \right) = (1, 25; 1, 333)$$

$$\rightarrow \left(x^{(2)}; y^{(2)} \right) = (0, 923; 1, 043) \rightarrow \left(x^{(3)}; y^{(3)} \right) = (1, 073; 1, 203)$$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \left(x^{(10)}; y^{(10)} \right) = (1, 025; 1, 159)$$

Kiểm tra lại nghiệm:

$$\begin{cases} 12x + 0,3x^3 + 2xy - 15 & = -9,828.10^{-4} \\ 15y + 0,2\sin(y) + 2x^2y - 20 & = 3,629.10^{-3} \end{cases}$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp dây cung: Giải phương trình dạng

$$f(\mathbf{x})=0$$

1. Xuất phát từ hai điểm ban đầu $\mathbf{x}_0$ và $\mathbf{x}_1$ bất kỳ
2. Xác định điểm ước lượng tiếp theo:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \frac{\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}}{f(\mathbf{x}_k) - f(\mathbf{x}_{k-1})} (0 - f(\mathbf{x}_{k-1})) + \mathbf{x}_{k-1}, k \geq 1$$

3. Lặp lại cho đến khi thỏa mãn điều kiện dừng:

$$\|\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k\| < \varepsilon$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp dây cung: Ví dụ minh họa

$$0,3I^3 + 15I - 12 = 0$$

Xuất phát từ hai giá trị ban đầu nào đó: $I^{(0)} = 0; I^{(1)} = 1;$

$$I^{(0)} = 0 \rightarrow f^{(0)} = -12;$$

$$I^{(1)} = 1 \rightarrow f^{(1)} = 3,3;$$

$$\rightarrow I^{(2)} = \frac{I^{(1)} - I^{(0)}}{f^{(1)} - f^{(0)}} (0 - f^{(0)}) + I^{(0)} = 0,784 \rightarrow f^{(2)} = -0,0954$$

$$\rightarrow I^{(3)} = \frac{I^{(2)} - I^{(1)}}{f^{(2)} - f^{(1)}} (0 - f^{(1)}) + I^{(1)} = 0,79 \rightarrow f^{(3)} = -2,088 \cdot 10^{-3}$$

Kiểm tra lại nghiệm:

$$0,3I^3 + 15I - 12 = 0,3 \cdot 0,79^3 + 15 \cdot 0,79 - 12 = -0,0021$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp lặp: Ví dụ minh họa (*hệ phương trình nhiều ẩn*)

$$\begin{cases} 12x + 0,3x^3 + 2xy - 15 & = 0 \\ 15y + 0,2\sin(y) + 2x^2y - 20 & = 0 \end{cases}$$

Biến đổi về dạng chuẩn:

$$\begin{cases} x & = -\frac{0,3}{12}x^3 - \frac{2}{12}xy + \frac{15}{12} \\ y & = -\frac{0,2}{15}\sin(y) - \frac{2}{15}x^2y + \frac{20}{15} \end{cases}$$

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

Xuất phát từ giá trị ban đầu nào đó:

$$\left(x^{(0)}; y^{(0)} \right) = (0; 0)$$

Tiến hành các bước tính toán:

$$\left(x^{(0)}; y^{(0)} \right) = (0; 0) \rightarrow \left(x^{(1)}; y^{(1)} \right) = (1, 25; 1, 333)$$

$$\rightarrow \left(x^{(2)}; y^{(2)} \right) = (0, 923; 1, 043) \rightarrow \left(x^{(3)}; y^{(3)} \right) = (1, 073; 1, 203)$$

$$\rightarrow \dots \rightarrow \left(x^{(10)}; y^{(10)} \right) = (1, 025; 1, 159)$$

Kiểm tra lại nghiệm:

$$\begin{cases} 12x + 0,3x^3 + 2xy - 15 & = -9,828.10^{-4} \\ 15y + 0,2\sin(y) + 2x^2y - 20 & = 3,629.10^{-3} \end{cases}$$

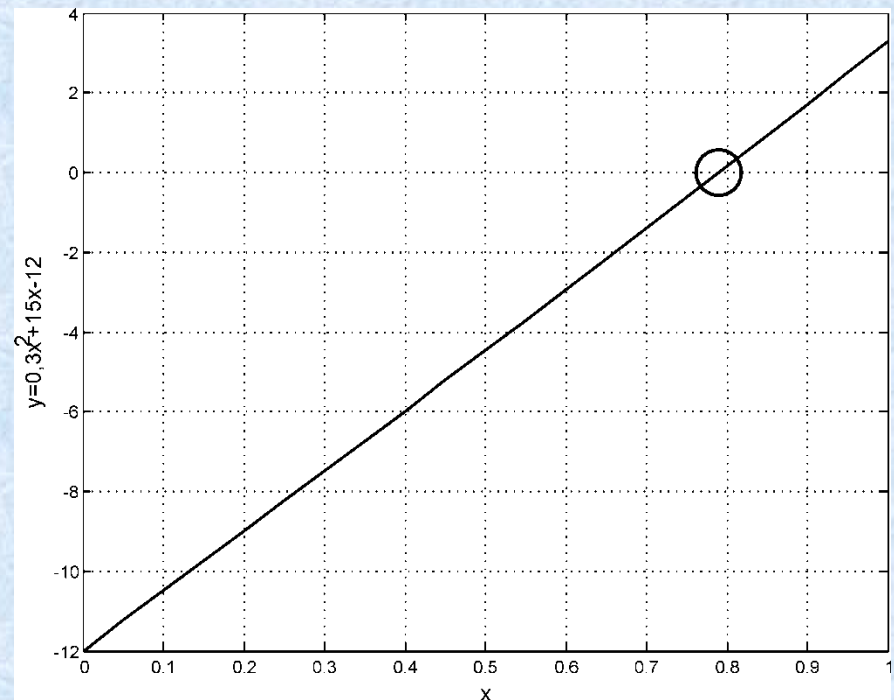
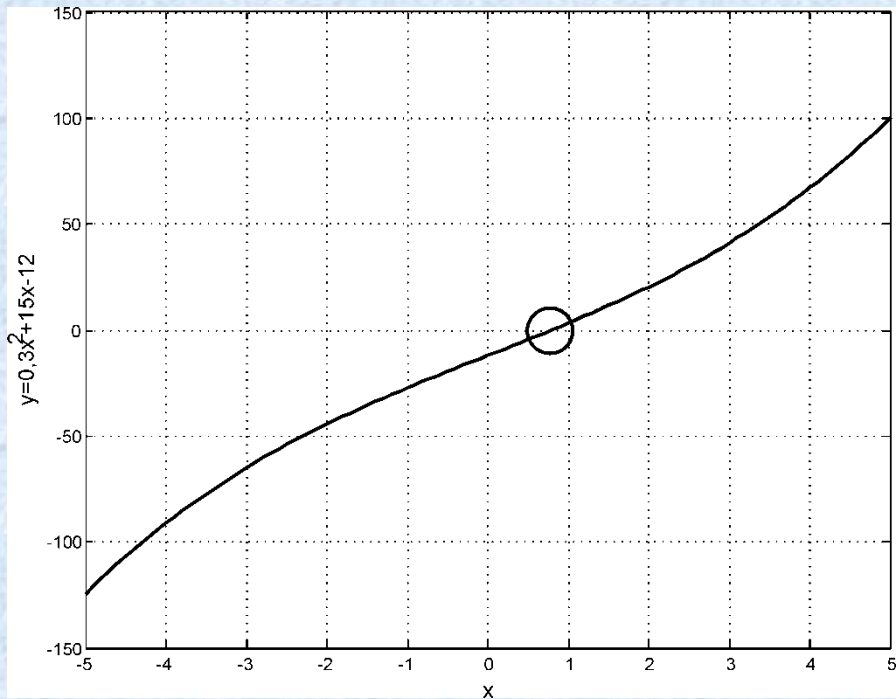
1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

- Phương pháp đồ thị: Tìm giao điểm của các đồ thị

(Chú ý: độ chính xác không cao, thường dùng để định hướng hoặc xác định sơ bộ các điểm ban đầu cho các phương pháp tính chính xác hơn)

1.4. Một số phương pháp giải hệ phương trình phi tuyến

Tìm nghiệm của hàm $f(x)=0,3x^3+15x-12=0$



Nghiệm tìm được: $x \approx 0,8$

Bài tập: Vẽ và tìm các giao điểm cho trường hợp hệ nhiều ẩn.

1.5. Một số bài toán cơ bản trong mạch phi tuyến

- Mạch với nguồn DC: chế độ hằng
- Mạch với nguồn AC: chế độ dừng
- Mạch với nguồn DC+AC:
- Mạch quá độ:

Chương II: Mạch phi tuyến ở chế độ hằng

2.1. Các hiện tượng cơ bản

2.2. Hệ phương trình phi tuyến của mạch điện

2.3. Phương pháp đồ thị, lặp và dây cung

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

2.1. Các hiện tượng cơ bản

- Ở chế độ hằng, các tín hiệu ($u(t)$ và $i(t)$) trong mạch điện đều là hằng số (DC)
- Các phần tử cuộn dây và tụ điện (tuyến tính và phi tuyến) đều suy biến:

- $$u_L(t) = \frac{d\psi}{dt} = \frac{d\psi}{di} \cdot \frac{di}{dt} = 0 : \text{cuộn dây suy biến} \rightarrow \text{dây dẫn}$$

($R=0$), có điện áp = 0 (chú ý dòng điện có thể khác 0)

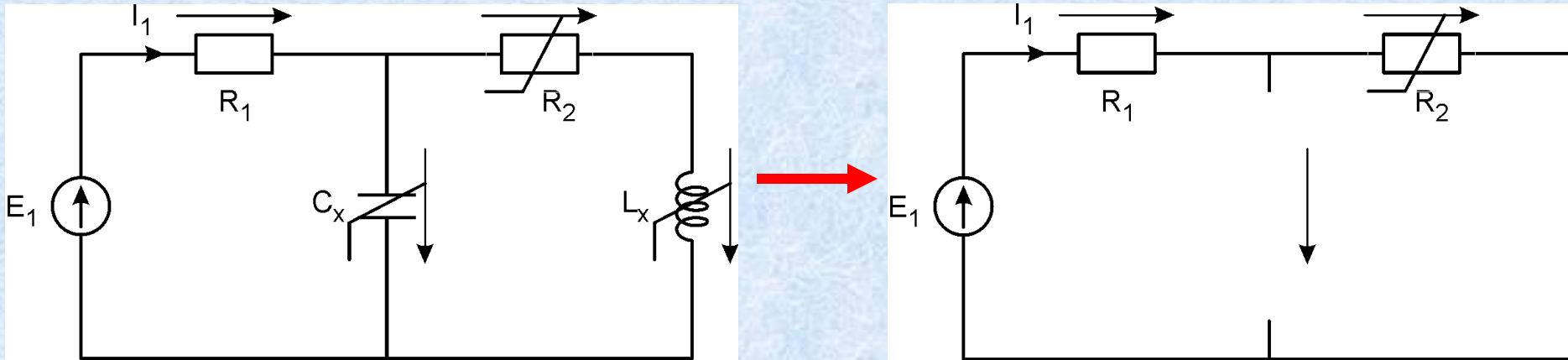
- $$i_C(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{dq}{du} \cdot \frac{du}{dt} = 0 : \text{tụ điện suy biến} \rightarrow \text{hở mạch}$$

($R=\infty$), có dòng điện = 0 (chú ý điện áp có thể khác 0)

- Do đó ta chỉ cần giải mạch điện thuần trở

2.1. Các hiện tượng cơ bản

- Do đó ta chỉ cần giải mạch điện thuần trở



$$i_{Lx}(t) = I_{Lx} = I_{R2}$$

$$u_{Cx}(t) = U_{Cx} = U_{R2} (= -U_{R1} + E)$$

2.2. Hệ phương trình phi tuyến của mạch điện

Khi có mạch điện thuần trở, tương tự như trường hợp mạch tuyến tính, ta sẽ có hệ phương trình của mạch điện ở dạng đại số (không có các toán tử đạo hàm hay tích phân)

2.3. Phương pháp lặp, dây cung và đồ thị

Xét lại ví dụ trước với

$E_1=15V$, $R_1=10\Omega$, điện trở R_2

có đặc tính: $u = 7i + 0,5i^3$

Phương trình K_2 của mạch:

$$U_{R1} + U_{R2} - E_1 = 0$$

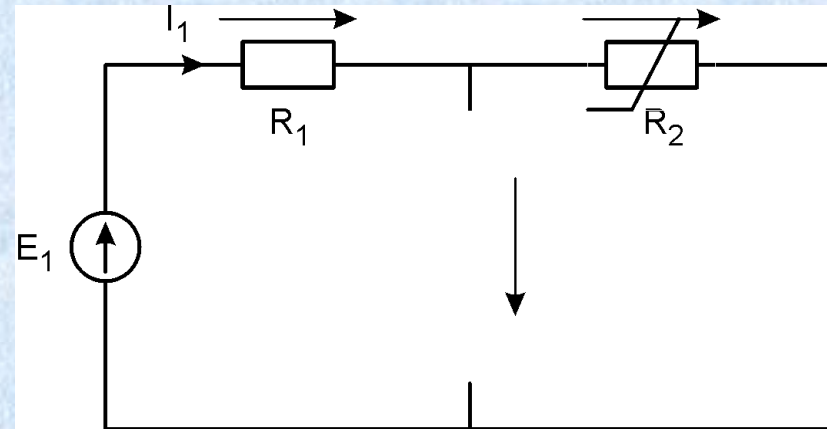
Sử dụng các phương trình đặc trưng:

$$10I_1 + (7I_1 + 0,5I_1^3) - 15 = 0$$

Giải theo phương pháp lặp: Ví dụ $I_1^{(0)} = 0 \rightarrow \dots$

Giải theo phương pháp dây cung: Ví dụ $I_1^{(0)} = 0, I_1^{(1)} = 1 \rightarrow \dots$

Giải theo phương pháp đồ thị:



2.3. Phương pháp lặp, dây cung và đồ thị

Nhược điểm của các phương pháp:

- Phức tạp khi mạch có nhiều nhánh – nút
- Độ chính xác của phương pháp đồ thị thấp
- Khi đặc tính cho theo bảng hoặc đồ thị thì khó xây dựng được hệ phương trình với các hệ số xác định rõ.

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

a. Ý tưởng của phương pháp: Là phương pháp cơ bản và hiệu quả trong giải mạch phi tuyến ở chế độ hằng.

Ý nghĩa của cụm từ “Dò ngược”

Bài toán “thuận”: Cho cấu trúc mạch, cho giá trị các phần tử tải và nguồn. Cần tìm các tín hiệu u-i (và p)

Bài toán “ngược”: Cho cấu trúc mạch, cho các giá trị phần tử tải và giá trị đặt trước nào đó của tín hiệu u-i. Tìm giá trị các nguồn để có được các tín hiệu u-i đó

Bài toán “ngược” thực hiện nhanh hơn bài toán “thuận”.

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Quá trình “dò”: Thực hiện nhiều lần bài toán “ngược” với các giá trị u-i đặt trước khác nhau để tìm được trường hợp có nguồn đáp ứng trùng với nguồn đã cho. Khi đó giá trị u-i đang xét sẽ là nghiệm của bài toán “thuận”.

Chú ý: Trường hợp mạch có nhiều nguồn, ta có thể đơn giản quá trình dò bằng cách chỉ cho giá trị 1 nguồn nào đó biến thiên còn các nguồn khác giữ giá trị cố định đã cho ban đầu.

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

b. Công thức nội suy và ứng dụng trong ước lượng các điểm dò

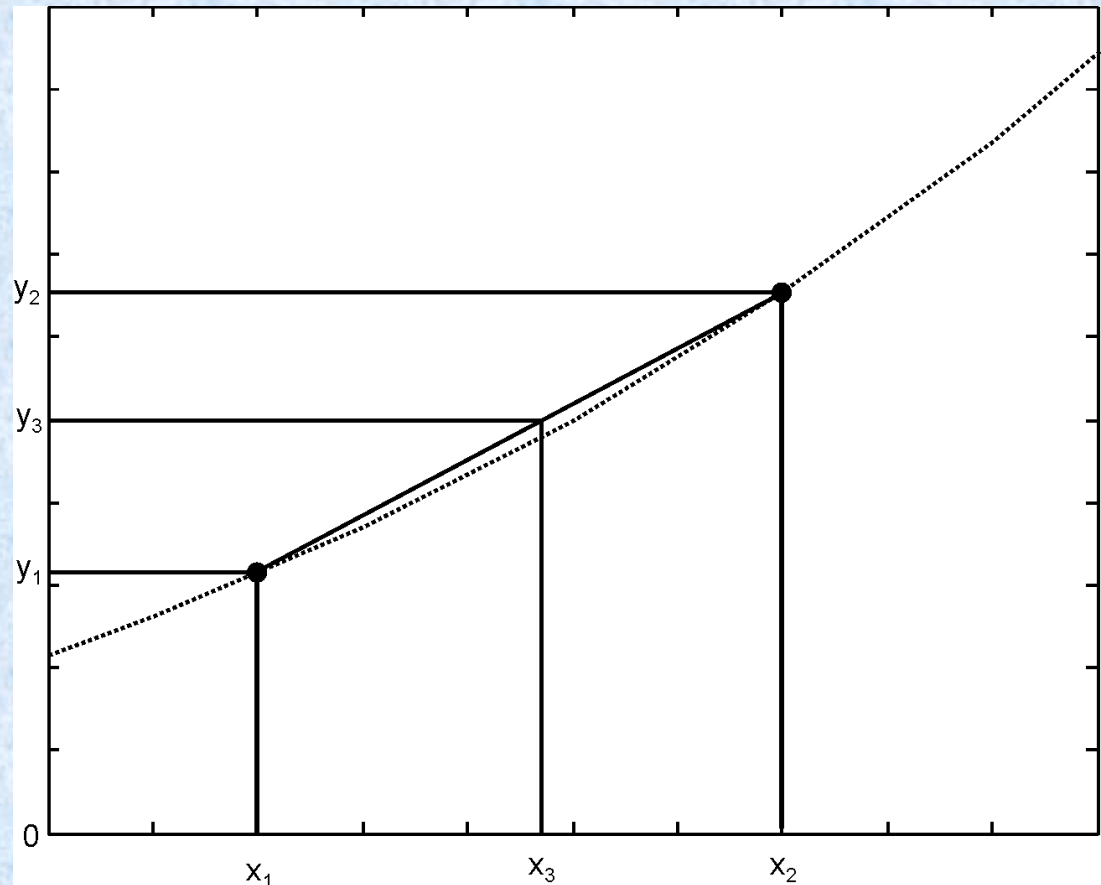
Cho trước 2 điểm của đặc tính là

(x_1, y_1) và (x_2, y_2) .

Hãy ước lượng tọa độ của điểm thứ 3.

$$x_3 \approx \frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} (y_3 - y_1) + x_1$$

$$y_3 \approx \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} (x_3 - x_1) + y_1$$



2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch đơn giản 1 vòng (ví dụ cơ bản dùng nội suy)

Mạch điện có $E=15V$, $R_1=10\Omega$. Điện trở phi tuyến R_x có đặc tính:

a) Cho theo hàm $u-i$ $u = 7i + 0,5i^3$

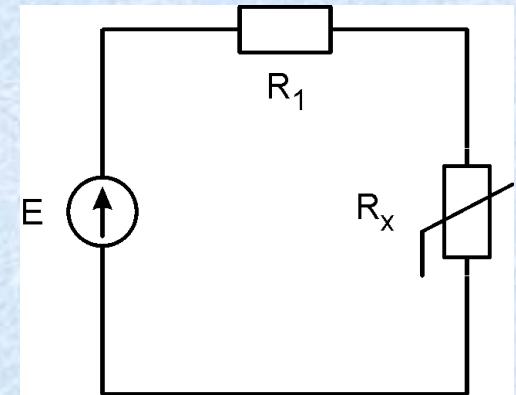
b) Cho theo hàm $i-u$ $i = 0,1u + 0,001u^3$

c) Cho theo bảng

$U(V)$	0	5	12	20
$I(A)$	0	1	2	3

d) Cho theo đồ thị

Chu trình dò:



Bài tập: Giải lại với các dạng đặc tính khác!

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch đơn giản 1 vòng (ví dụ cơ bản dùng nội suy)

Mạch điện có $E=15V$, hai điện trở phi tuyến R_1 và R_2 có đặc tính:

a) Cho theo hàm $u-i$ $u = 7i + 0,5i^3$

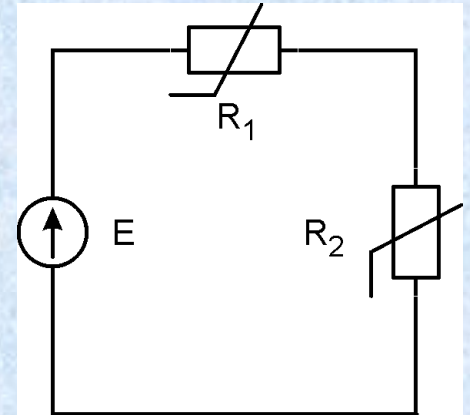
b) Cho theo hàm $i-u$ $i = 0,1u + 0,001u^3$

c) Cho theo bảng

$U(V)$	0	5	12	20
$I(A)$	0	1	2	3

d) Cho theo đồ thị

Chu trình dò:



2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch 2 vòng – 3 nhánh

Mạch điện có $E=15V$, $R_1=10\Omega$,
 $R_2=15\Omega$.

Điện trở phi tuyến R_x có đặc tính:

a) Cho theo hàm u-i $u = 7i + 0,5i^3$

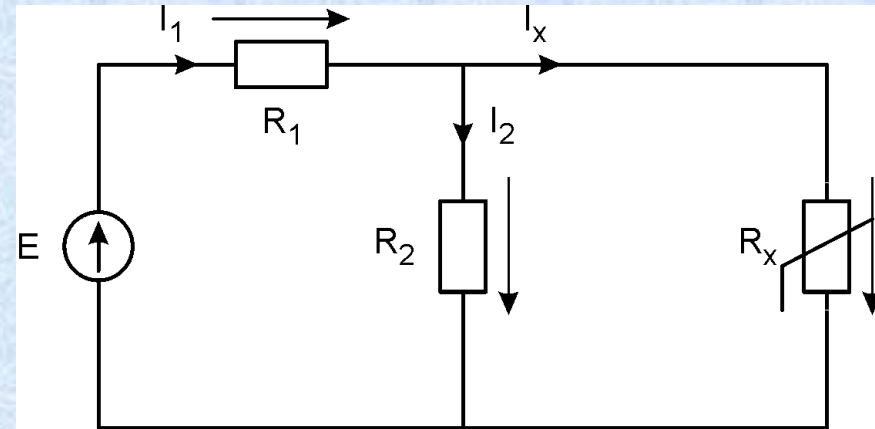
b) Cho theo hàm i-u $i = 0,1u + 0,001u^3$

c) Cho theo bảng

U(V)	0	5	12	20
I(A)	0	1	2	3

d) Cho theo đồ thị

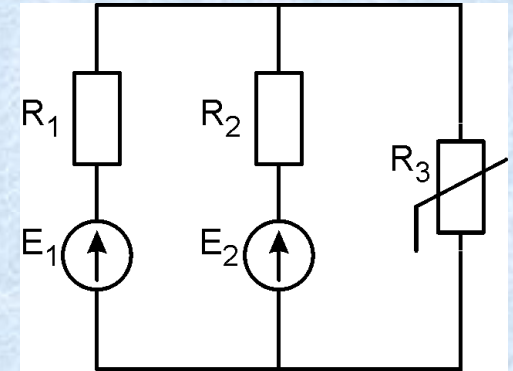
Chu trình dò:



2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch 2 vòng – 3 nhánh – 2 nguồn

Trường hợp mạch có nhiều nguồn, thay gì dò nhiều giá trị đồng thời, để đơn giản quá trình tìm kiếm ta có thể sử dụng ý tưởng “*Chỉ dò giá trị một nguồn, giá trị các nguồn khác giữ nguyên như đã cho ban đầu*”



2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch 2 vòng – 3 nhánh – 2 nguồn

Mạch điện có $E_1=15V$, $R_1=10\Omega$,

$E_2=12V$, $R_2=15\Omega$.

Điện trở phi tuyến R_3 có đặc tính:

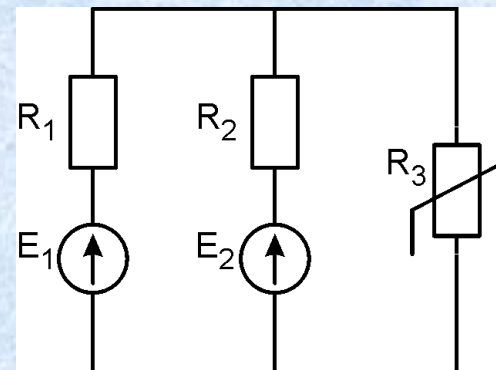
a) Cho theo hàm u-i $u = 7i + 0,5i^3$

b) Cho theo hàm i-u $i = 0,1u + 0,001u^3$

c) Cho theo bảng

U(V)	0	5	12	20
I(A)	0	1	2	3

d) Cho theo đồ thị



Bài tập: Thay nhánh 2 bằng nguồn dòng J_2 .

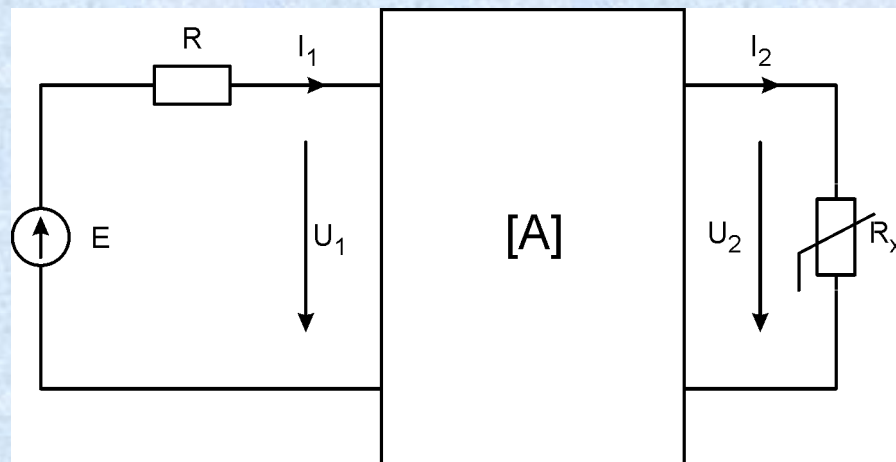
2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch có mạng hai cửa chữ A

Mạch điện có $E = 15V$, $R = 10\Omega$.

Mạng hai cửa có ma trận A:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 0,1 & 1,5 \end{bmatrix}$$



Điện trở phi tuyến R_x có đặc tính ...

Bài tập: Giải bằng các phương pháp khác (biến đổi tương đương mạng hai cửa về mạng chữ T, Π , Thévenin – Norton,...)

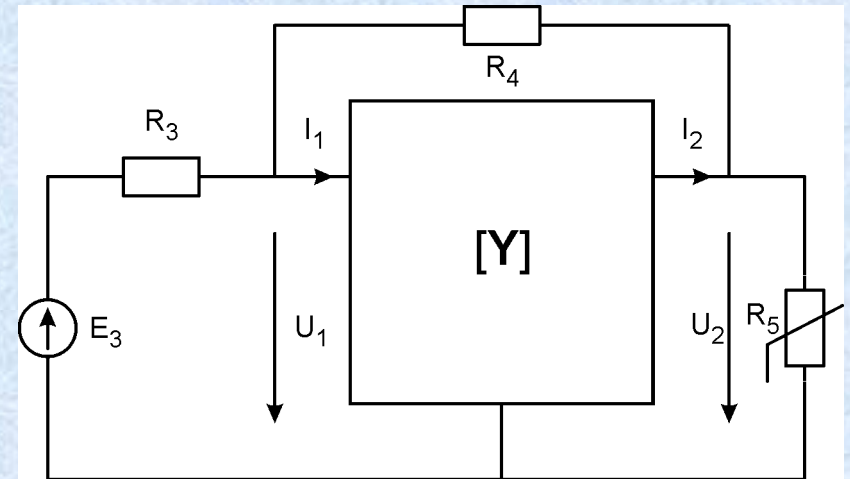
2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch có mạng hai cửa chữ Y – tải cổng ra

Mạch điện có $E_3 = 15V$, $R_3 = 10\Omega$,
 $R_4 = 5\Omega$. Mạng hai cửa có ma trận:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,1 \\ 0,1 & -0,15 \end{bmatrix}$$

Điện trở phi tuyến R_5 có đặc tính...



Bài tập: Giải bằng các phương pháp khác (biến đổi tương đương mạng hai cửa về mạng chữ T, Π , Thévenin – Norton,...)

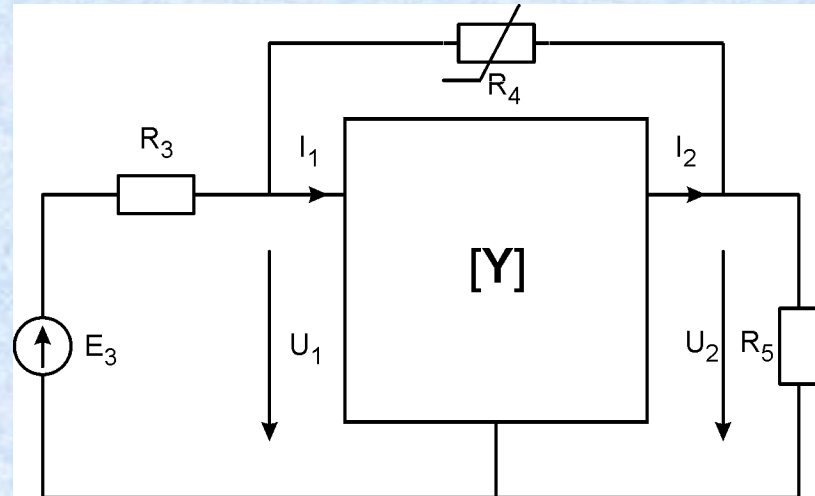
2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ mạch có mạng hai cửa chữ Y – tải kênh phản hồi

Mạch điện có $E_3 = 15V$, $R_3 = 10\Omega$,
 $R_5 = 5\Omega$. Mạng hai cửa có ma trận:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,1 \\ 0,1 & -0,15 \end{bmatrix}$$

Điện trở phi tuyến R_4 có đặc tính...



- Bài tập:** 1. Xem xét các trường hợp cho theo mạng hai cửa với ma trận $\mathbf{Z}$.
2. Giải bằng các phương pháp khác (biến đổi tương đương mạng hai cửa về mạng chữ T, Π , Thévenin – Norton,...)

2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ phối hợp biến đổi tương đương Thévenin – Norton

Mạch điện có $E_1=15V$, $R_1=10\Omega$,

$E_2=12V$, $R_2=15\Omega$.

Điện trở phi tuyến R_3 có đặc tính:

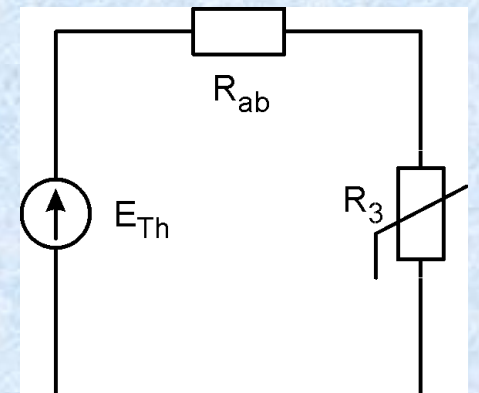
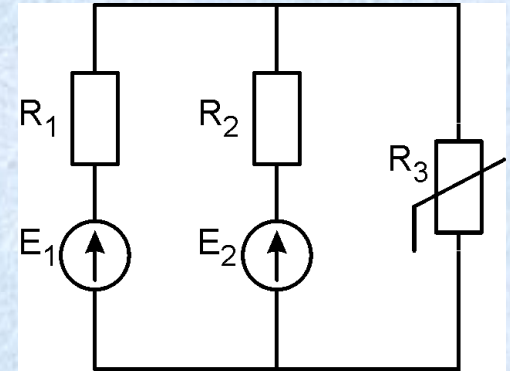
a) Cho theo hàm $u-i$ $u = 7i + 0,5i^3$

b) Cho theo hàm $i-u$ $i = 0,1u + 0,001u^3$

c) Cho theo bảng

$U(V)$	0	5	12	20
$I(A)$	0	1	2	3

d) Cho theo đồ thị



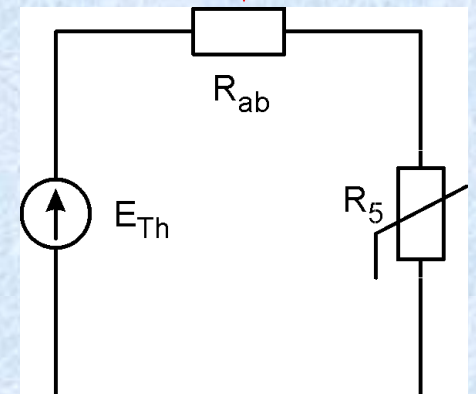
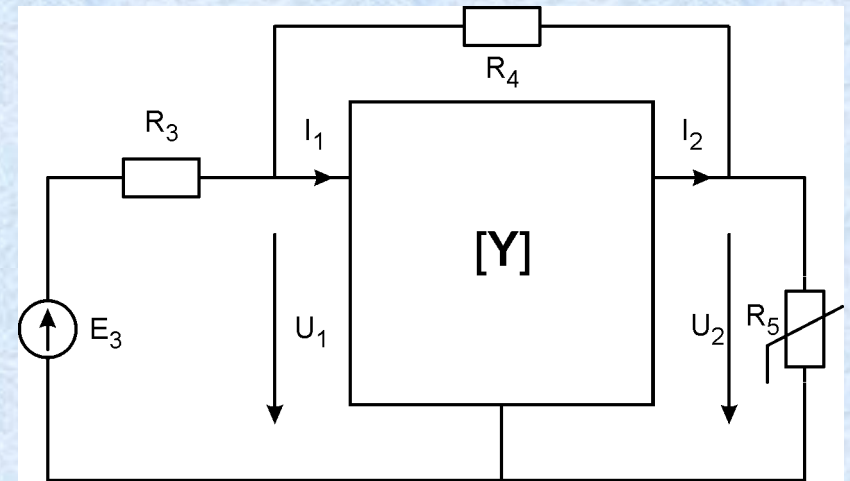
2.4. Phương pháp dò ngược trên mạch

Ví dụ phối hợp biến đổi tương đương Thévenin – Norton

Mạch điện có $E_3 = 15V$, $R_3 = 10\Omega$,
 $R_4 = 5\Omega$. Mạng hai cửa có ma trận:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,1 \\ 0,1 & -0,15 \end{bmatrix}$$

Điện trở phi tuyến R_5 có đặc tính...



Chương III: Mạch phi tuyến ở chế độ dừng

3.1. Các hiện tượng cơ bản

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

3.3. Phương pháp điều hòa tương đương

3.1. Các hiện tượng cơ bản

Xét mạch ví dụ:

Dòng toàn mạch:

$$i(t) = j(t) = J_0 \sin(\omega t)$$

Điện áp trên các phần tử:

$$u_R = R \cdot i = R \cdot J_0 \sin(\omega t)$$

$$u_x = ai + bi^3 = aJ_0 \sin(\omega t) + bJ_0^3 \sin^3(\omega t)$$

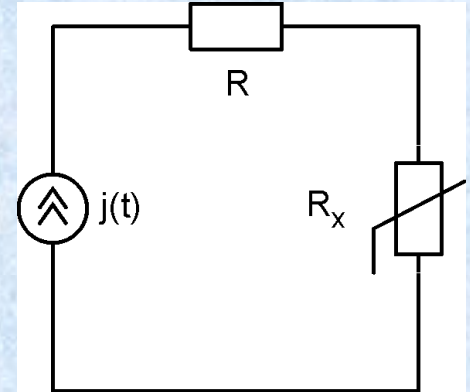
Sử dụng các công thức hạ bậc hàm lượng giác để rút gọn:

$$u_x(t) = aJ_0 \sin(\omega t) + bJ_0^3 \frac{3}{4} \sin(\omega t) - bJ_0^3 \frac{1}{4} \sin(3\omega t)$$

$$= \left(aJ_0 + \frac{3}{4} bJ_0^3 \right) \sin(\omega t) - \frac{1}{4} bJ_0^3 \sin(3\omega t)$$

Điện áp trên nguồn dòng:

$$u_j(t) = u_R(t) + u_x(t) = \left((a + R)J_0 + \frac{3}{4} bJ_0^3 \right) \sin(\omega t) - \frac{1}{4} bJ_0^3 \sin(3\omega t)$$



3.1. Các hiện tượng cơ bản

- Các phần tử L và C không suy biến
- Trong mạch điện có hiện tượng *tạo tần* (tần số của tín hiệu u-i chứa thành phần tần số khác với tần số của nguồn) và *triệt tần* (tần số của tín hiệu u-i không chứa thành phần tần số của nguồn).

$$\begin{aligned}u_x(t) &= aJ_0 \sin(\omega t) + bJ_0^3 \frac{3}{4} \sin(\omega t) - bJ_0^3 \frac{1}{4} \sin(3\omega t) \\&= \left(aJ_0 + \frac{3}{4} bJ_0^3 \right) \sin(\omega t) - \frac{1}{4} bJ_0^3 \sin(3\omega t)\end{aligned}$$

3.1. Các hiện tượng cơ bản

- Tuy nhiên các định luật K1 và K2 vẫn bảo toàn dạng:
 - Đối với nút (mạch kín) bất kỳ: $\sum i_{in}(t) = \sum i_{out}(t)$
 - Đối với một vòng kín bất kỳ: $\sum u_{thuận}(t) - \sum u_{ngược}(t) = 0$
 - Nếu ta chỉ quan tâm đến bài toán cân bằng công suất:
 - Công suất phát của các nguồn: chỉ do thành phần u-i cùng với tần số nguồn sinh ra (Lý do?)
- Chỉ quan tâm tới 1 tần số trong mạch (và chủ yếu cũng là tần số của nguồn)

3.1. Các hiện tượng cơ bản

- Khi chỉ quan tâm 1 thành phần tần số của các tín hiệu u-i:

- Các định luật K1 và K2 vẫn bảo toàn dạng (Lý do?)
- Đối với nút (mạch kín) bất kỳ:

$$\sum i_{vào}^{\omega t}(t) = \sum i_{ra}^{\omega t}(t)$$

- Đối với một vòng kín bất kỳ:

$$\sum u_{thuận}^{\omega t}(t) - \sum u_{nghịch}^{\omega t}(t) = 0$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ý tưởng của phương pháp: Ta chỉ quan tâm tới thành phần ωt của các tín hiệu $u(t)$, $i(t)$

- Trong trường hợp tổng quát, một tín hiệu cần tìm sẽ có hai ẩn là tham số của hàm sin:
 - Ở dạng $A\sin(\omega t + \varphi)$: Tham số **A** và **φ**
 - Ở dạng $A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$: Tham số **A** và **B**

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ý tưởng của phương pháp (2):

Chỉ xét các thành phần ωt và sử dụng các công thức biến đổi lượng giác phối hợp với hệ phương trình Kirchhoff để đưa hệ phương trình mạch về dạng

$$M \sin(\omega t) + N \cos(\omega t) = P \sin(\omega t) + Q \cos(\omega t)$$

hoặc

$$M \sin(\omega t + N) = P \sin(\omega t + Q)$$

→ Khi đó, sử dụng tính chất độc lập tuyến tính của các hàm $\sin()$ và $\cos()$ ta rút ra được hệ phương trình

$$\begin{cases} M = P \\ N = Q \end{cases}$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch thuần trở:

Giá trị các phần tử: $e(t) = 10\sin(t)$; $R = 5\Omega$;

$$R_x : u = 5i + 0,5i^3$$

Thành phần ωt của dòng toàn mạch (mạch thuần trở nên dòng và áp đồng pha):

$$i^{\omega t}(t) = I_0 \sin(\omega t) = I_0 \sin(t)$$

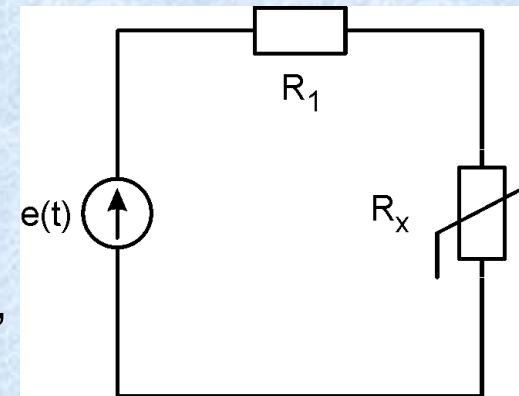
Điện áp trên các phần tử:

$$u_R^{\omega t}(t) = R \cdot i^{\omega t}(t) = 5I_0 \sin(t)$$

$$u_x^{\omega t}(t) = \left(ai^{\omega t} + b(i^{\omega t})^3 \right)^{\omega t} = \left(5I_0 \sin(t) + 0,5I_0^3 \sin^3(t) \right)^{\omega t}$$

Sử dụng các công thức hạ bậc hàm lượng giác để rút gọn:

$$u_x^{\omega t}(t) = \left(5I_0 + 0,375I_0^3 \right) \sin(t)$$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch thuần trở:

Cân bằng thành phần ωt của các điện áp
trong phương trình K_2 :

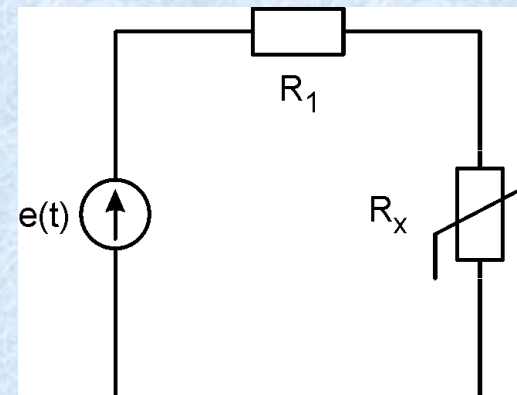
$$e^{\omega t}(t) = u_R^{\omega t}(t) + u_x^{\omega t}(t)$$
$$10\sin(t) = \left(10I_0 + 0,375I_0^3\right)\sin(t)$$

$$\rightarrow 10 = 10I_0 + 0,375I_0^3$$

Giải phương trình bậc 3 (chỉ có một nghiệm thực): $I_0 = 0,966$

Biên độ điện áp trên các điện trở:

$$|U_R| = 5I_0 = 4,83; |U_x| = 5I_0 + 0,375I_0^3 = 5,168;$$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch thuần trở:

Công suất phát của nguồn $e(t)$:

$$P_{e(t)} = \frac{1}{2} 10 I_0 = 4,83(W)$$

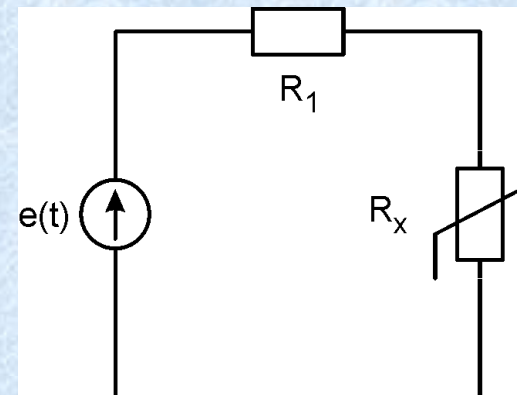
Công suất tiêu thụ của hai điện trở:

$$P_R = \frac{1}{2} 4,83 \cdot 0,966 \cdot \cos(0^\circ) = 2,333(W)$$

$$P_x = \frac{1}{2} 5,168 \cdot 0,966 \cdot \cos(0^\circ) = 2,496(W)$$

Tổng công suất tiêu thụ:

$$P_{t.thụ} = P_R + P_x = 4,829$$



Câu hỏi: Với các tần số phát sinh thì hiện tượng công suất như thế nào?

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch thuần cảm/dung:

$$e(t) = 10\sin(t); L = 1H;$$

$$L_x : \psi = 2i - 0,5i^3$$

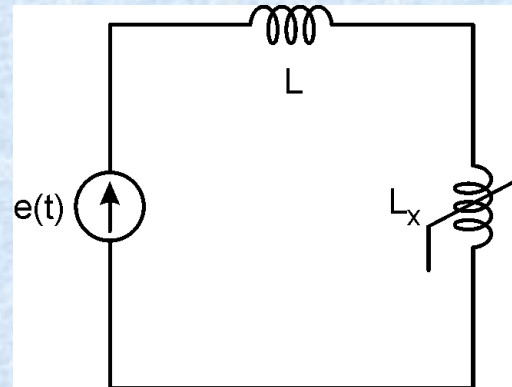
Phương trình K2 của mạch:

$$e(t) = u_L(t) + u_{L_x}(t)$$

Đưa về theo biến đặc trưng $i(t)$:

$$e(t) = L \frac{di}{dt} + \frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt}$$

$$10\sin(\omega t) = \frac{di}{dt} + (2 - 1,5i^2) \frac{di}{dt} = (3 - 1,5i^2) \frac{di}{dt}$$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Chỉ xét thành phần ωt : $i^{\omega t}(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

Do mạch thuần cảm và nguồn chỉ có thành phần $\sin(\omega t)$

→ $A=0$

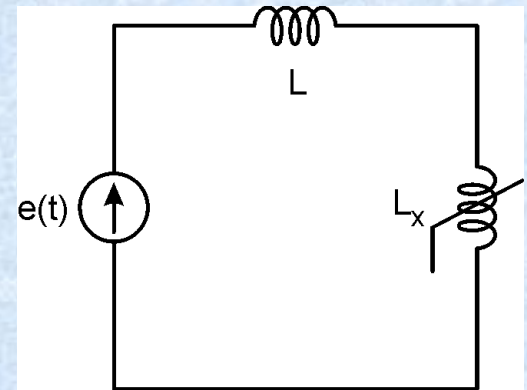
Biến đổi phương trình K2 theo dạng nghiệm mới:

$$i^{\omega t}(t) = B\cos(\omega t) \rightarrow \frac{di}{dt} = -B\omega\sin(\omega t)$$

$$(2 - 1,5i^2) \frac{di}{dt} = \left[2 - 1,5B^2(1 - \sin^2(\omega t)) \right] (-B\omega\sin(\omega t))$$

$$= -(2 - 1,5B^2)B\omega\sin(\omega t) - 1,5B^3\omega\sin^3(\omega t)$$

$$= (1,5B^2 - 2)B\omega\sin(\omega t) - 1,5B^3\omega \left(\frac{3}{4}\sin(\omega t) - \frac{1}{4}\sin(3\omega t) \right)$$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Chỉ xét thành phần ωt :

$$e(t) = u_R(t) + u_{Lx}(t) \rightarrow e^{\omega t}(t) = u_R^{\omega t}(t) + u_{Lx}^{\omega t}(t)$$

$$\rightarrow 10\sin(\omega t) = -B\omega\sin(\omega t) + (1,5B^2 - 2)B\omega\sin(\omega t) - \frac{4,5}{4}B^3\omega\sin(\omega t)$$

$$\xrightarrow{\omega=1} 10\sin(t) = -B\sin(t) + (1,5B^2 - 2)B\sin(t) - \frac{4,5}{4}B^3\sin(t)$$

Triệt tiêu các $\sin(\omega t)$:

$$10 = -B + (1,5B^2 - 2)B - \frac{4,5}{4}B^3$$

Rút gọn:

$$\frac{3}{8}B^3 - 3B - 10 = 0$$

$$\rightarrow B = 3,861$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch hỗn hợp:

$$e(t) = 10\sin(5t); R = 10\Omega;$$

$$L_x : \psi = 2i + 0,5i^3$$

Phương trình K2 của mạch:

$$e(t) = u_R(t) + u_{Lx}(t)$$

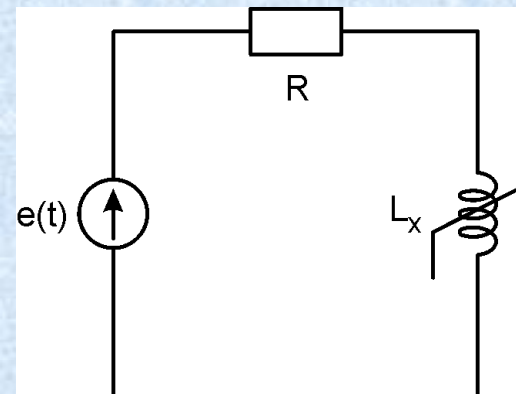
Đưa về theo biến đặc trưng $i(t)$:

$$e(t) = R \cdot i(t) + \frac{d\psi}{di} \frac{di}{dt}$$

$$10\sin(\omega t) = 10 \cdot i(t) + (2 + 1,5i^2) \frac{di}{dt}$$

Chỉ xét thành phần ωt : Do mạch có cả điện trở và điện cảm nên dòng i sẽ lệch pha với nguồn

$$i^{\omega t}(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Biến đổi phương trình K2 theo dạng nghiệm mới:

$$u_R^{\omega t}(t) = 10I_0 \sin(\omega t + \varphi) = 10I_0 \sin(5t + \varphi)$$

$$u_{LX}^{\omega t}(t) = \left(2 + 1,5I_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)\right) \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$= \left(2 + 1,5I_0^2\right) \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi) - 1,5\omega I_0^3 \cos^3(\omega t + \varphi)$$

$$= \left(2 + 1,5I_0^2\right) \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi) - 1,5\omega I_0^3 \left[\frac{3}{4} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t + 3\varphi) \right]$$

$$= \left(2 + 0,375I_0^2\right) \omega I_0 \cos(\omega t + \varphi) - 0,375\omega I_0^3 \cos(3\omega t + 3\varphi)$$

$$\stackrel{\omega=5}{=} \left(10 + 1,875I_0^2\right) I_0 \cos(5t + \varphi) - 1,875I_0^3 \cos(15t + 3\varphi)$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Chỉ xét thành phần ωt :

$$e(t) = u_R(t) + u_{Lx}(t) \rightarrow e^{\omega t}(t) = u_R^{\omega t}(t) + u_{Lx}^{\omega t}(t)$$

$$\rightarrow 10\sin(5t) = 10I_0 \sin(5t + \varphi) + [10I_0 + 1,875I_0^3] \cos(5t + \varphi)$$

Cân bằng biên độ hàm sin cả hai vế:

$$10 = \sqrt{100I_0^2 + (10I_0 + 1,875I_0^3)^2}$$

Đặt $I_0^2 = x \geq 0$

$$100 = x(100 + 100 + 37,5x + 3,5156x^2)$$

$$3,5156x^3 + 37,5x^2 + 200x - 100 = 0$$

$$\rightarrow x = 0,459$$

$$\rightarrow I_0 = 0,678$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Thế giá trị biên độ vừa tìm được vào phương trình cân bằng:

$$10\sin(5t) = 6,78\sin(5t + \varphi) + 7,364\cos(5t + \varphi)$$

Cân bằng pha cả hai vế:

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{7,364}{6,78}\right) = -47,36^\circ$$

Tổng hợp kết quả:

$$i^{\omega t}(t) = 0,678\sin(5t - 47,36^\circ)$$

Bài tập: Làm lại với dạng nghiệm $i^{\omega t}(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Ví dụ mạch hỗn hợp:

$$e(t) = 10\sin(5t); R = 10\Omega;$$

$$C_x : q = 0,1u + 0,001u^3$$

Phương trình K2 của mạch:

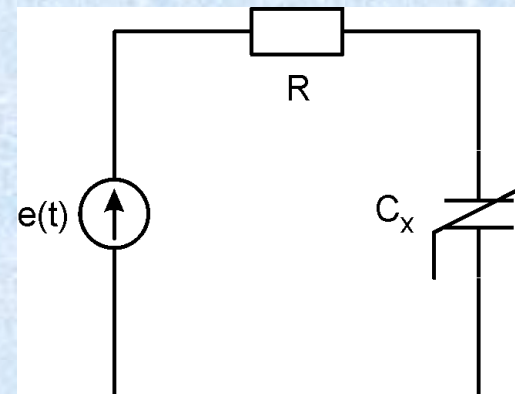
$$e(t) = u_R(t) + u_{C_x}(t)$$

Đưa về theo biến đặc trưng $u(t)=u_{C_x}(t)$:

$$e(t) = R \cdot \frac{dq}{du} \frac{du}{dt} + u(t)$$

$$10\sin(\omega t) = 10 \cdot (0,1 + 0,003u^2) \frac{du}{dt} + u(t)$$

Chỉ xét thành phần ωt : Do mạch có cả điện trở và điện dung nên điện áp u sẽ lệch pha với nguồn. $u^{\omega t}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$



3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Biến đổi phương trình K2 theo dạng nghiệm mới:

$$u^{\omega t}(t) = U_0 \sin(\omega t + \varphi) = U_0 \sin(5t + \varphi)$$

$$u_R^{\omega t}(t) = 10 \left(0,1 + 0,003U_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi) \right) \omega U_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$= \left(1 + 0,03U_0^2 \right) \omega U_0 \cos(\omega t + \varphi) - 0,03\omega U_0^3 \cos^3(\omega t + \varphi)$$

$$= \left(1 + 0,03U_0^2 \right) \omega U_0 \cos(\omega t + \varphi) - 0,03\omega U_0^3 \left[\frac{3}{4} \cos(\omega t + \varphi) + \frac{1}{4} \cos(3\omega t + 3\varphi) \right]$$

$$= \left(1 + 0,0075U_0^2 \right) \omega U_0 \cos(\omega t + \varphi) - 0,0075U_0^3 \omega \cos(3\omega t + 3\varphi)$$

$$\stackrel{\omega=5}{=} \left(5 + 0,0375U_0^2 \right) U_0 \cos(5t + \varphi) - 0,0375U_0^3 \cos(15t + 3\varphi)$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Chỉ xét thành phần ωt :

$$e(t) = u_R(t) + u_{Cx}(t) \rightarrow e^{\omega t}(t) = u_R^{\omega t}(t) + u_{Cx}^{\omega t}(t)$$

$$\rightarrow 10\sin(5t) = (5 + 0,0375U_0^2)U_0 \cos(5t + \varphi) + U_0 \sin(5t + \varphi)$$

Cân bằng biên độ hàm sin cả hai vế:

$$10 = \sqrt{(5U_0 + 0,0375U_0^3)^2 + U_0^2}$$

$$\text{Đặt } U_0^2 = x \geq 0$$

$$100 = x(1 + 25 + 0,375x + 1,406.10^{-3}x^2)$$

$$1,406.10^{-3}x^3 + 0,375x^2 + 26x - 100 = 0$$

$$\rightarrow x = 3,651$$

$$\rightarrow U_0 = 1,911$$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Thế giá trị biên độ vừa tìm được vào phương trình cân bằng:

$$10\sin(5t) = 9,817\cos(5t + \varphi) + 1,911\sin(5t + \varphi)$$

Cân bằng pha cả hai vế:

$$\varphi = -\arctan\left(\frac{9,817}{1,911}\right) = -78,98^\circ$$

Tổng hợp kết quả:

$$u^{\omega t}(t) = 1,911\sin(5t - 78,98^\circ)$$

Bài tập: Làm lại với dạng nghiệm $u^{\omega t}(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$

3.2. Phương pháp cân bằng điều hòa

Nhược điểm của phương pháp cân bằng điều hòa:

- Hệ phương trình yêu cầu biến đổi các hàm lượng giác phức tạp
- Với mạch nhiều nhánh thì việc tính toán sẽ trở nên phức tạp hơn rất nhiều
- ...

3.3. Phương pháp điều hòa tương đương

Ý tưởng của phương pháp: *Tương tự như phương pháp cân bằng điều hòa, khi ta chỉ xét thành phần tần số ωt của các tín hiệu $u-i$ trong các phương trình Kirchhoff thì ta có thể lấy ảnh phức của cả hai vế $\rightarrow$ Theo tính chất tuyến tính của phép biến đổi ảnh phức, ta sẽ có các phương trình Kirchhoff vẫn bảo toàn dạng.*

$$\begin{aligned} \sum i_{vào}^{\omega t}(t) &= \sum i_{ra}^{\omega t}(t) & \rightarrow & \sum \dot{I}_{vào}^{\omega t} = \sum \dot{I}_{ra}^{\omega t} \\ \sum u_{thuận}^{\omega t}(t) - \sum u_{nghịch}^{\omega t}(t) &= 0 & \rightarrow & \sum \dot{U}_{thuận}^{\omega t}(t) - \sum \dot{U}_{nghịch}^{\omega t}(t) = 0 \end{aligned}$$

3.3. Phương pháp điều hòa tương đương

Nhắc lại một số kết quả đã tính toán với các phần tử phi tuyến:

$$R_x : u = 5i + 0,5i^3$$

$$i^{\omega t}(t) \stackrel{\omega=1}{=} I_0 \sin(t) \rightarrow u_x^{\omega t}(t) = (5I_0 + 0,375I_0^3) \sin(t)$$

$$L_x : \psi = 2i - 0,5i^3$$

$$i^{\omega t}(t) = B \cos(t) \rightarrow u_x^{\omega t}(t) = (1,5B^3 - 2B) \sin(t)$$

$$C_x : q = 0,1u + 0,001u^3$$

$$u^{\omega t}(t) \stackrel{\omega=5}{=} U_0 \sin(5t + \varphi) \rightarrow i_x^{\omega t}(t) = (0,5U_0 + 0,00375U_0^3) \cos(5t + \varphi)$$

3.3. Phương pháp điều hòa tương đương

Ý tưởng của phương pháp(2): *Đối các phần tử phi tuyến ta có:*

- *Quan hệ giữa các biên độ của ảnh phức $U-I$ (hoặc giá trị hiệu dụng) là quan hệ phi tuyến*
- *Quan hệ giữa pha của $U-I$ tương tự như với trường hợp tuyến tính. Cụ thể:*
 - *Đối với điện trở phi tuyến: ảnh phức điện áp đồng pha với ảnh phức dòng điện.*
 - *Đối với cuộn dây phi tuyến: ảnh phức điện áp có pha lớn hơn pha của ảnh phức dòng điện là 90° .*
 - *Đối với tụ điện phi tuyến: ảnh phức điện áp có pha bé hơn pha của ảnh phức dòng điện là 90° .*

3.3. Phương pháp điều hòa tương đương

Các ví dụ tính toán:

- Mạch 1 phần tử phi tuyến (cho theo bảng, hàm, đồ thị)
- Mạch nhiều phần tử phi tuyến
- Mạch có chứa mạng hai cửa (A,Y,Z)
- Mạch 2 nguồn và vấn đề đẩy pha
- ...

Chương IV: Mạch phi tuyến ở chế độ xếp chồng

4.1. Các hiện tượng cơ bản

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch có nhiều tần số

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ta xét ví dụ đơn giản:

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Nếu chỉ có thành phần 1 chiều tác động: Ta có điểm làm việc tĩnh $A=(I_0, U_0)$ của điện trở phi tuyến R_x (có thể tìm bằng phương pháp dò).

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Khi có cả hai thành phần tác động: Ta có điểm làm việc của điện trở phi tuyến R_x sẽ “trượt” trong một đoạn BC (điểm B ứng với nguồn đạt giá trị cực tiểu, điểm C ứng với nguồn đạt giá trị cực đại)

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp: Ta chỉ xét trường hợp nguồn AC có biên độ rất nhỏ so với nguồn DC. Khi đó:

- Đoạn BC rất ngắn -> Có thể coi như thẳng
- Khi đoạn đặc tính “thẳng” -> có thể thay phần tử phi tuyến bằng một “mạch tuyến tính tương đương”
- Đoạn “thẳng” BC có thể được xấp xỉ bằng đường tiếp tuyến với đặc tính của phần tử phi tuyến tại A.

Chú ý: Trong trường hợp xem xét mạch ở chế độ xác lập đối với mỗi phần tử phi tuyến chỉ cần quan tâm tới một phần tử động tương đương trong mô hình tuyến tính tương đương!

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(2): Các mô hình tương đương cho đoạn làm việc nhỏ của phần tử phi tuyến:

- Điện trở phi tuyến:

$$u - U_0 = f'(I_0) \cdot (i - I_0)$$

$$\rightarrow u = f'(I_0) \cdot i + [U_0 - f'(I_0) \cdot I_0] = R_d \cdot i + U_{ps}$$

với

$$R_d = f'(I_0); U_{ps} = U_0 - f'(I_0) \cdot I_0$$

Như vậy điện trở động chính là hệ số góc của đường tiếp tuyến với đặc tính tại điểm làm việc tĩnh.

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(3):

Trong trường hợp đặc tính cho theo bảng: Đặc tính là một đường gấp khúc nối từng đoạn thẳng liên tiếp -> tiếp tuyến của đặc tính trong một đoạn đặc tính chính là đoạn đặc tính đó -> Hệ số góc có thể được tính từ các điểm đặc tính ở hai đầu.

$$I_0 \in (I_k, I_{k+1}) \rightarrow R_d = \frac{U_{k+1} - U_k}{I_{k+1} - I_k}$$

Chú ý: Tiếp tuyến không xác định được nếu điểm làm việc tñnh trùng với các điểm nút trong bảng.

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(4):

Trong trường hợp đặc tính cho theo đồ thị: Ta cần tự ước lượng và kẻ đường tiếp tuyến tại điểm làm việc tĩnh. Sau đó tiếp tục ước lượng hệ số góc của tiếp tuyến -> Sai số sẽ tương đối lớn!

Trường hợp đặc tính cho theo hàm ngược $i=f(u)$:

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(5):

Khi xét mạch ở chế độ xác lập ta chưa cần quan tâm đến giá trị (và cũng có nghĩa là chưa cần quan tâm đến công thức) của nguồn phát sinh U_{ps} do theo nguyên lý xếp chồng thì trong mạch điện ta đã giải được thành phần 1 chiều, khi tính thành phần xoay chiều thì các nguồn 1 chiều “tắt”, có nghĩa là nguồn phát sinh U_{ps} cũng được thay bởi dây dẫn -> không ảnh hưởng tới quá trình tính toán thành phần xoay chiều.

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(6): Mô hình tương đương cho đoạn làm việc nhỏ của phần tử phi tuyến:

- Cuộn dây phi tuyến:

$$\psi - \psi_0 = f'(I_0) \cdot (i - I_0)$$

$$\rightarrow \psi = f'(I_0) \cdot i + [\psi_0 - f'(I_0) \cdot I_0] = L_d \cdot i + \psi_{ps}$$

với

$$L_d = f'(I_0); \psi_{ps} = \psi_0 - f'(I_0) \cdot I_0$$

$$\rightarrow u(t) = \frac{d\psi}{dt} = L_d \frac{di}{dt}$$

Từ công thức trên ta có cuộn dây phi tuyến tương đương như một cuộn dây tuyến tính ở xung quanh điểm làm việc của mình.

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Ý tưởng của phương pháp(7): Mô hình tương đương cho đoạn làm việc nhỏ của phần tử phi tuyến:

- Tụ điện phi tuyến:

$$q - Q_0 = f'(U_0) \cdot (u - U_0)$$

$$\rightarrow q = f'(U_0) \cdot u + [Q_0 - f'(U_0) \cdot U_0] = C_d \cdot u + Q_{ps}$$

với

$$C_d = f'(U_0); Q_{ps} = Q_0 - f'(U_0) \cdot U_0$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{dq}{dt} = C_d \frac{du}{dt}$$

Từ công thức trên ta có tụ điện phi tuyến tương đương như một tụ điện tuyến tính ở xung quanh điểm làm việc của mình.

4.1. Các hiện tượng cơ bản

Hoàn thiện tính toán của ví dụ:

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Tóm tắt lại quá trình giải mạch bằng phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc:

Gồm 3 bước:

Bước 1: Chỉ cho thành phần DC tác động. Xác định các điểm làm việc của các phần tử phi tuyến và các tín hiệu khác theo yêu cầu.

Bước 2: Xác định các phần tử động (tuyến tính) tương đương của các phần tử phi tuyến

Bước 3: Cho các thành phần AC tác động, giải mạch tương đương (tuyến tính) (theo các phương pháp đã biết)

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Điểm làm việc và phần tử động tương đương của các phần tử phi tuyến:

Phần tử	Điểm làm việc	Phần tử động khi có hàm đặc tính	Phần tử động khi có bảng đặc tính
R_x	(I_0, U_0)	$R_d = u'(i) _{i=I_0}$	$R_d = \frac{U_{k+1} - U_k}{I_{k+1} - I_k}$
L_x	(I_0, Ψ_0)	$L_d = \Psi'(i) _{i=I_0}$	$L_d = \frac{\Psi_{k+1} - \Psi_k}{I_{k+1} - I_k}$
C_x	(U_0, Q_0)	$C_d = q'(u) _{u=U_0}$	$C_d = \frac{Q_{k+1} - Q_k}{U_{k+1} - U_k}$

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Ví dụ tổng hợp cả ba dạng phần tử (đặc tính cho theo hàm):

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Ví dụ tổng hợp cả ba dạng phần tử (đặc tính cho theo bảng):

4.2. Phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc

Ví dụ mạch nhiều nguồn:

4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch phi tuyến có nhiều tần số

Trong mạch điện (tuyến tính hoặc phi tuyến) có nhiều tần số, công suất tiêu thụ (phát) của một đoạn mạch có điện áp là $u(t)$ và dòng điện là $i(t)$ vẫn được xác định như trường hợp tuyến tính!

$$u(t) = U_0 + U_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + \dots$$

$$i(t) = I_0 + I_1 \sin(\omega_1 t + \theta_1) + I_2 \sin(\omega_2 t + \theta_2) + \dots$$

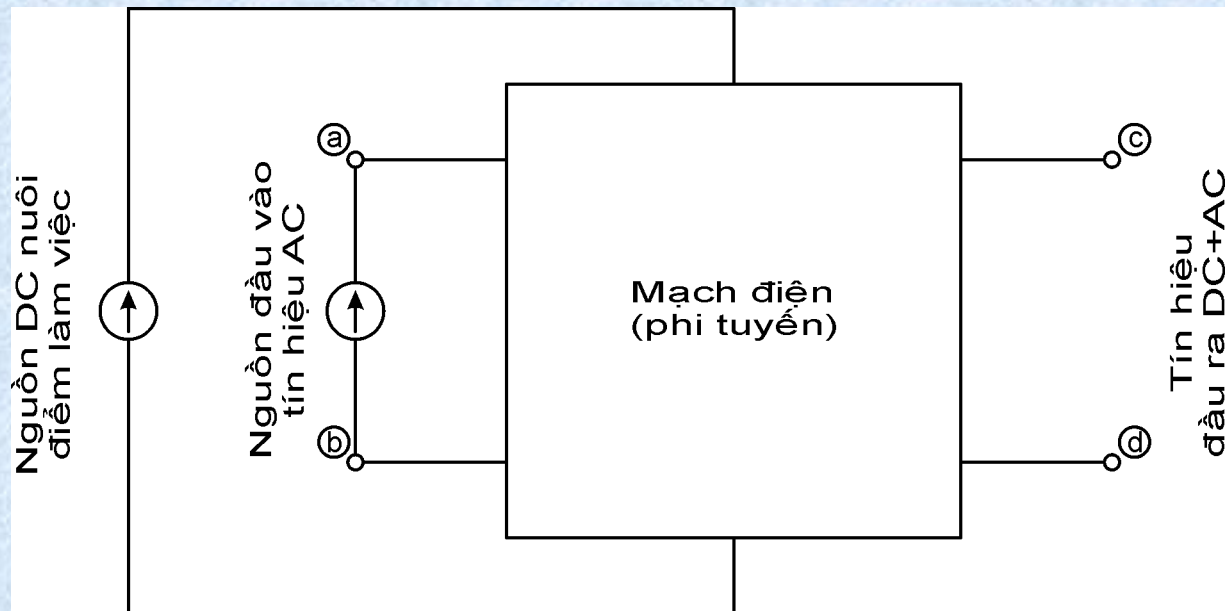
$$\rightarrow p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$\rightarrow P_{t.bình} = P_{DC} + P_{\omega_1 t} + P_{\omega_2 t} + \dots$$

$$\rightarrow P = U_0 I_0 + \frac{U_1}{\sqrt{2}} \frac{I_1}{\sqrt{2}} \cos(\varphi_1 - \theta_1) + \frac{U_2}{\sqrt{2}} \frac{I_2}{\sqrt{2}} \cos(\varphi_2 - \theta_2) + \dots$$

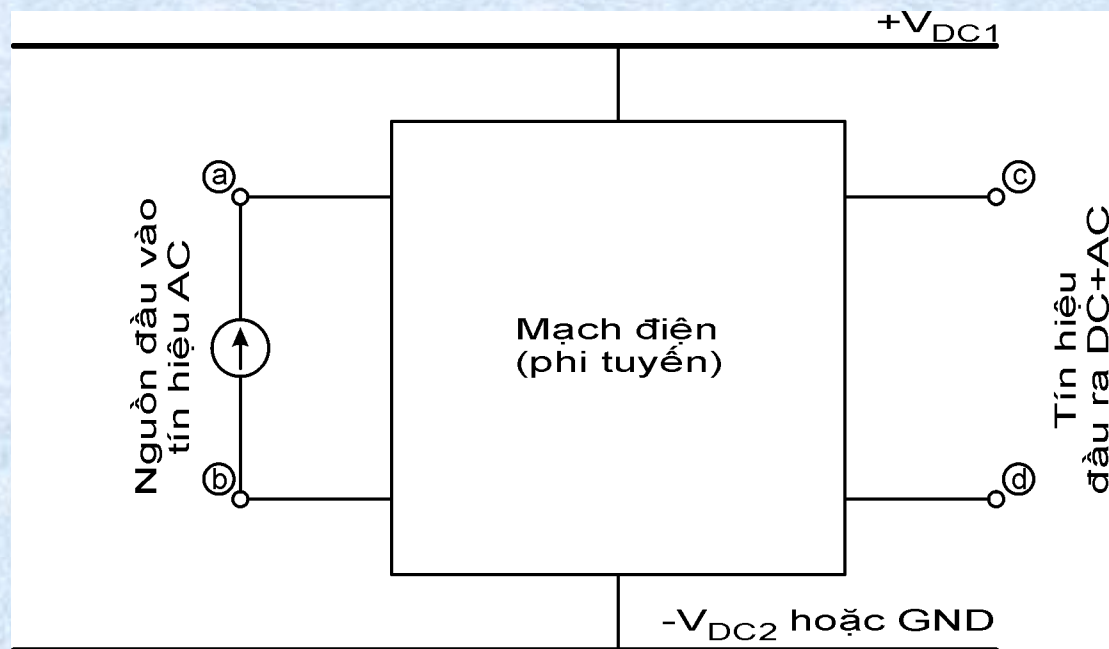
4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch phi tuyến có nhiều tần số

Phương pháp “đặt điểm làm việc” là một trong những nguyên lý cơ bản của mạch điện tử tương tự khi làm việc với các phần tử phi tuyến!



4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch phi tuyến có nhiều tần số

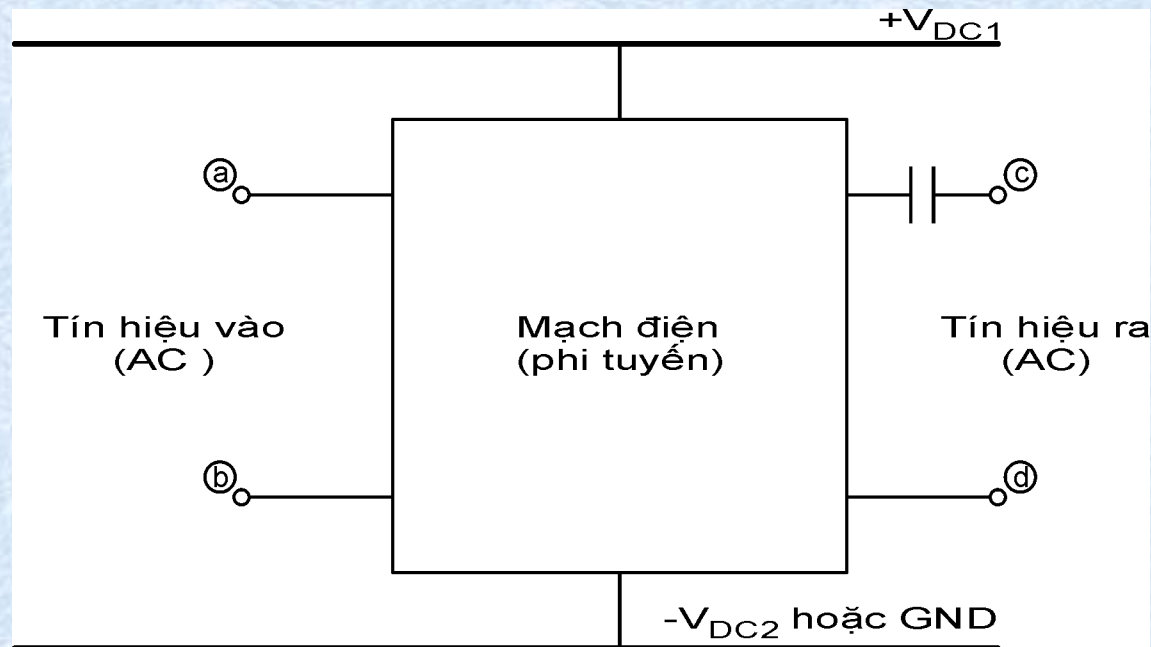
Để thuận tiện, có thể dùng ký hiệu các đường “trục” cấp nguồn hoặc đất:



4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch phi tuyến có nhiều tần số

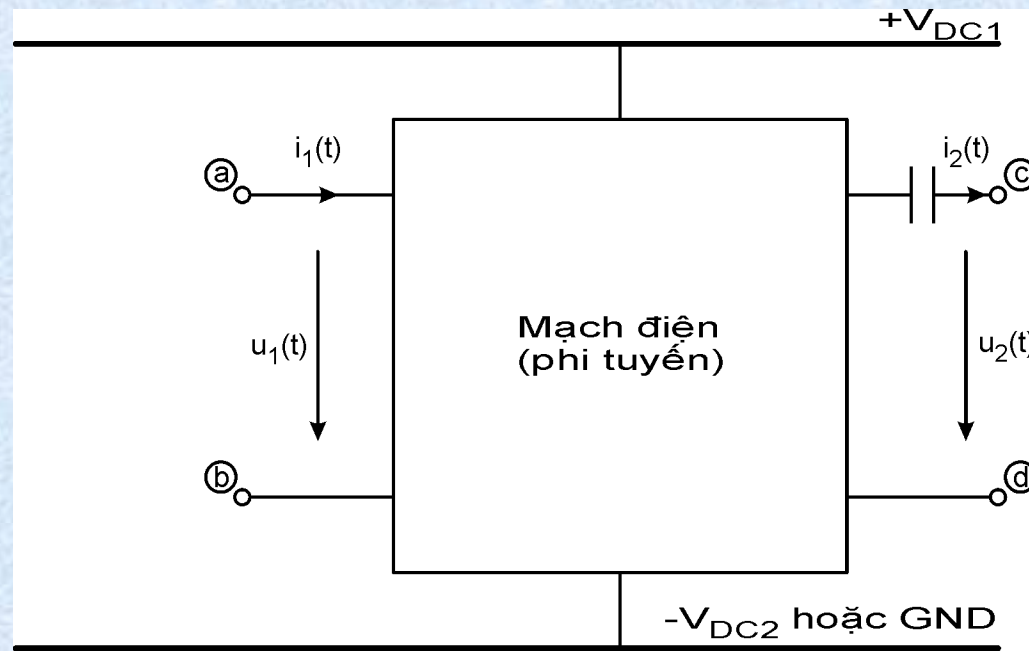
Ta thường mong muốn tín hiệu đầu ra chỉ chứa thành phần AC -> đặt thêm tụ “lọc” ở cổng ra!

Khi định nghĩa được cổng vào và cổng ra, ta sẽ có các định nghĩa về các hàm truyền đạt áp/dòng



4.3. Các hàm truyền đạt và công suất trong mạch phi tuyến có nhiều tần số

- Hàm truyền đạt áp $k_u = \frac{u_2(t)}{u_1(t)} \vee K_U = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1}$
- Hàm truyền đạt dòng $k_i = \frac{i_2(t)}{i_1(t)} \vee K_i = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1}$
- Hàm truyền đạt lai: $K_Z = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_1} \vee K_Y = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1}$



Chương V: Mạch phi tuyến ở chế độ quá độ

5.1. Các hiện tượng cơ bản

5.2. Các phương pháp giải mạch phi tuyến quá độ cơ bản

5.3. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

5.5. Các phương pháp khác

5.1. Các hiện tượng cơ bản

(Tương tự như đối với hiện tượng quá độ trong mạch tuyến tính)

- QTQĐ xảy ra khi trong mạch điện có:
 - Thay đổi về giá trị của phần tử
 - Thay đổi về bản chất của phần tử
 - Thay đổi về cấu trúc của mạch
- Hai dạng tín hiệu “*có quán tính*” trong mạch điện: dòng qua các cuộn dây và điện áp trên các tụ điện.
- Để xác định giá trị tức thời ngay sau quá độ: phối hợp hệ phương trình K với 2 định luật về bảo toàn điện tích và bảo toàn từ thông.

5.1. Các hiện tượng cơ bản

- Để giải mạch phi tuyến ở chế độ quá độ:
 - Lập hệ phương trình mạch (vi-tích phân, phi tuyến)
 - Xác định các “sơ kiện”
 - Sử dụng các phương pháp toán học để giải hệ

5.2. Các phương pháp giải mạch phi tuyến quá độ cơ bản

- Các phương pháp khả thi trong tính toán thủ công:
 - Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn: Đưa bài toán phi tuyến về bài toán tuyến tính tương đương và dùng các công cụ tuyến tính để giải mạch.
 - Phương pháp sai phân: Là phương pháp phù hợp cho lập trình tính toán.
 - Phương pháp cân bằng điều hòa (đọc tham khảo)

5.3. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

(Sử dụng chung ý tưởng của phương pháp tuyến tính hóa xung quanh điểm làm việc)

- Khi điểm làm việc của 1 phần tử phi tuyến trượt trên một đoạn thẳng (hoặc một đoạn đặc tính rất ngắn) thì phần tử đó có thể thay tương đương bởi mô hình động tuyến tính

5.3. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

- Để áp dụng khả thi phương pháp ta có hai trường hợp:
 - Đặc tính cho theo bảng
 - Đoạn làm việc rất ngắn (trong quá trình quá độ, thành phần quá độ rất nhỏ so với thành phần xác lập trước và sau quá độ).

5.3. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

- Khi tại thời điểm t_0 1 cuộn dây hoặc 1 tụ điện phi tuyến bắt đầu trượt trên một đoạn (thẳng) làm việc mới, ta cần xác định giá trị tức thời ban đầu để làm sơ kiện cho quá trình đó.
- Phương pháp ảnh Laplace dùng sơ kiện (t_0^-)
- Nếu đi qua điểm giao giữa hai đoạn đặc tính, ta cần “chốt” các tín hiệu trước khi chuyển đổi đặc tính.

5.3. Phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn

- Ví dụ tính toán: 1 phần tử phi tuyến + DC $\Rightarrow$ AC
- 1 phần tử phi tuyến + đặc tính bảng 2 đoạn
- 2 phần tử phi tuyến + đặc tính bảng 2 đoạn

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

Ý tưởng của phương pháp:

- Không đặt vấn đề xác định hàm chính xác $u(t)$, $i(t)$ mà chỉ cần ước lượng giá trị tín hiệu tại một số điểm rời rạc $t_0, t_1, t_2, \dots$
- Trong thực tế khi các điểm này có mật độ cao ta có thể có “hình ảnh” của tín hiệu tương đối chính xác.
- Giới hạn thêm (để đơn giản các ví dụ tính toán): các mốc thời gian được đặt cách đều, cụ thể

$$t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = \dots = h$$

$$\rightarrow t_k = t_0 + k \cdot h$$

với h – bước sai phân.

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

- Công thức sai phân bậc nhất: Với h đủ nhỏ:

$$f'(x) = \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta) - f(x)}{\Delta}$$

$$\square \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$\square \frac{f(x) - f(x - h)}{h}$$

$$\square \dots$$

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

- Công thức sai phân bậc hai:

$$f''(x) \approx \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2}$$

$$\approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2}$$

$$\approx \frac{f(x) - 2f(x-h) + f(x-2h)}{h^2}$$

- Để mở rộng: Lưu ý các hệ số trong công thức khai triển nhị thức Newton $(a-b)^n$.

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

- Các bước cụ thể của thuật toán:
 1. Lập hệ phương trình Kirchhoff của mạch điện (không bắt buộc)
 2. ***Xác định các biến đặc trưng và lập hệ phương trình cho các biến đặc trưng đó (thường xuất phát từ các phương trình Kirchhoff).***
 3. Sai phân hóa hệ phương trình biến đặc trưng
 4. Xây dựng công thức lặp
 5. Xác định các giá trị sơ kiện (t_0+) và sử dụng công thức lặp để tính các bước tiếp theo.

5.4. Phương pháp các bước sai phân liên tiếp

- Ví dụ mạch bậc 1 (+ tính các tín hiệu không phải biến đặc trưng)
- Ví dụ mạch bậc 2
- Ví dụ sơ kiện khác 0
- Ví dụ sơ kiện AC
- Ví dụ sơ kiện xếp chồng
- Trình bày về phương pháp giải bằng sai phân bậc 2
- Trình bày về phương pháp giải bằng các biến khác

5.5. ...

Tóm tắt nội dung phần III

1. Các phần tử và các hiện tượng cơ bản trong mạch phi tuyến:
2. Chế độ xác lập:
 - Nguồn DC: chế độ hằng (phương pháp dò ngược, đồ thị,...)
 - Nguồn AC: chế độ dừng (phương pháp cân bằng điều hòa, phương pháp điều hòa tương đương)
 - Xếp chồng: phương pháp tuyến tính hóa x/q điểm làm việc

Tóm tắt nội dung phần III

Phần III: Mạch phi tuyến (xác lập, quá độ)

3. Chế độ quá độ:

- Phương pháp cân bằng điều hòa
- Phương pháp tuyến tính hóa: xung quanh điểm làm việc, xung quanh điểm cân bằng
- Phương pháp các bước sai phân

Phần IV: Đường dây dài

Chương VI: Các khái niệm, hiện tượng và các hệ phương trình đặc trưng cơ bản

Chương VII: Đường dây dài ở chế độ truyền công suất

Chương VIII: Đường dây dài ở chế độ truyền sóng

Chương VI: Các khái niệm, hiện tượng và các hệ phương trình đặc trưng cơ bản

6.1. Các hiện tượng cơ bản

6.2. Các thông số đặc trưng cơ bản của đường dây dài

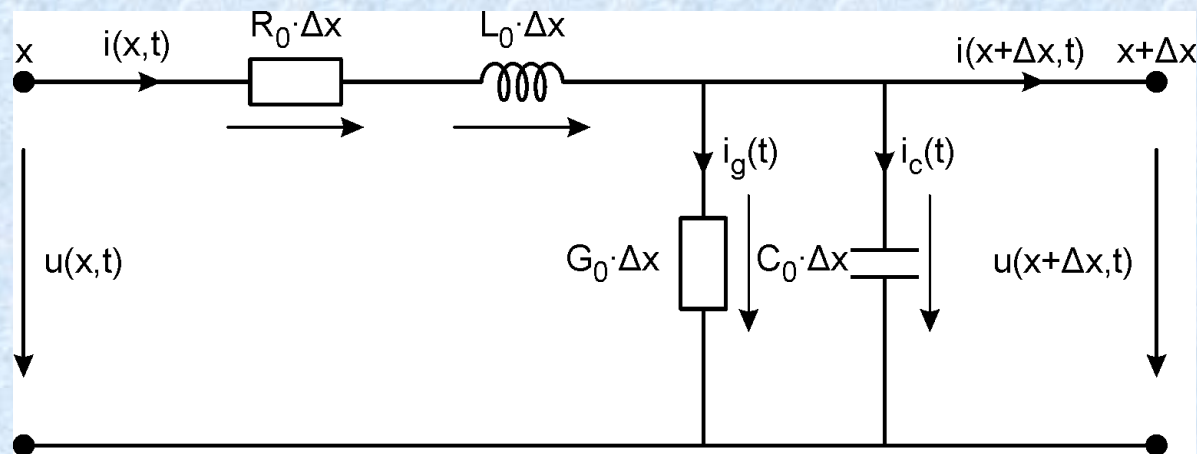
6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

6.1. Các hiện tượng cơ bản

- Đường dây dài (mạch có thông số rải) có một số hiện tượng, hiệu ứng mà ta đã tạm bỏ qua khi xem xét các mạch điện trước đây.
- Khi mạch đủ “dài”, ta phải xem xét thêm một số hiện tượng trong mạch.
- Độ “dài” của mạch được so sánh với bước sóng của tín hiệu trong mạch:
 - $\geq 5\%$: Bắt buộc xét
 - $\geq 1\%$: Nên xét
 - $< 1\%$: Không bắt buộc.
- So với đường dây dài, các phần tử mạch “ngắn” được gọi là phần tử tập trung, các mạch “ngắn” được gọi là mạch tập trung.

6.1. Các hiện tượng cơ bản

- Có nhiều mô hình và phương pháp mô tả các hiệu ứng của đường dây dài, trong môn học sẽ sử dụng mô hình 4 thông số.



6.2. Các thông số đặc trưng cơ bản của đường dây dài

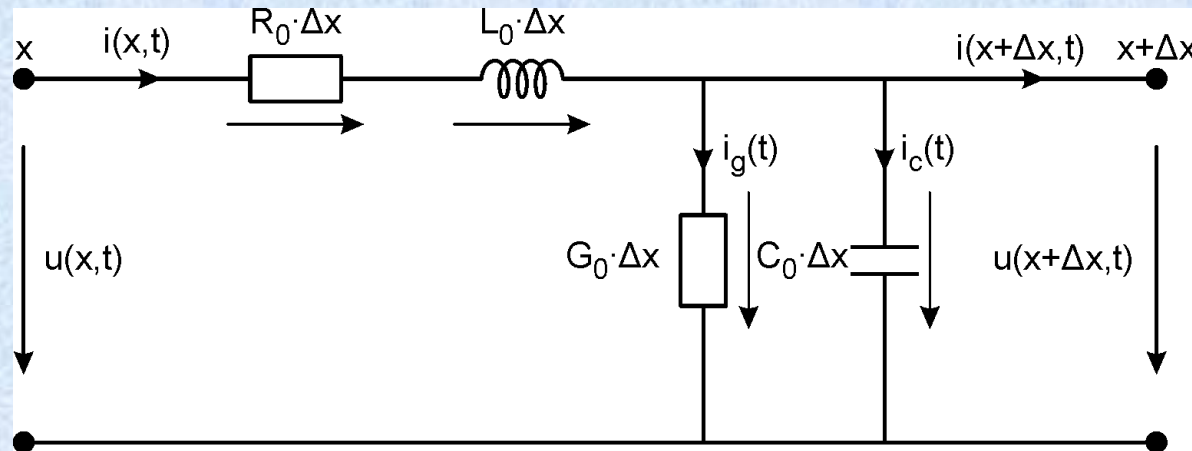
- 4 thông số cơ bản của đường dây:
 - R_0 (Ω /đơn vị dài): điện trở riêng dọc đường dây.
 - L_0 (H/đơn vị dài): điện cảm riêng dọc đường dây.
 - G_0 (S/đơn vị dài): điện dẫn riêng ngang đường dây.
 - C_0 (F/đơn vị dài): điện dung riêng ngang đường dây.
- Phương pháp tính toán các thông số: Môn học *Lý thuyết trường điện từ* cho từng cấu hình đường dây truyền tải.

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Bài toán giải mạch Đường dây dài: Tìm các tín hiệu $u(x,t)$ và $i(x,t)$ trong mạch.
- Chú ý tới sự phụ thuộc của hàm tín hiệu vào vị trí trên đường dây dài.
- Để tìm các tín hiệu ta sẽ xây dựng các hệ phương trình mạch, trong đó chú ý tới:
 - Ở chế độ xác lập: tập trung cho tín hiệu xoay chiều điều hòa hình sin
 - Ở chế độ quá độ: tập trung cho trường hợp đường dây dài không tiêu tán ($R_0=G_0=0$).

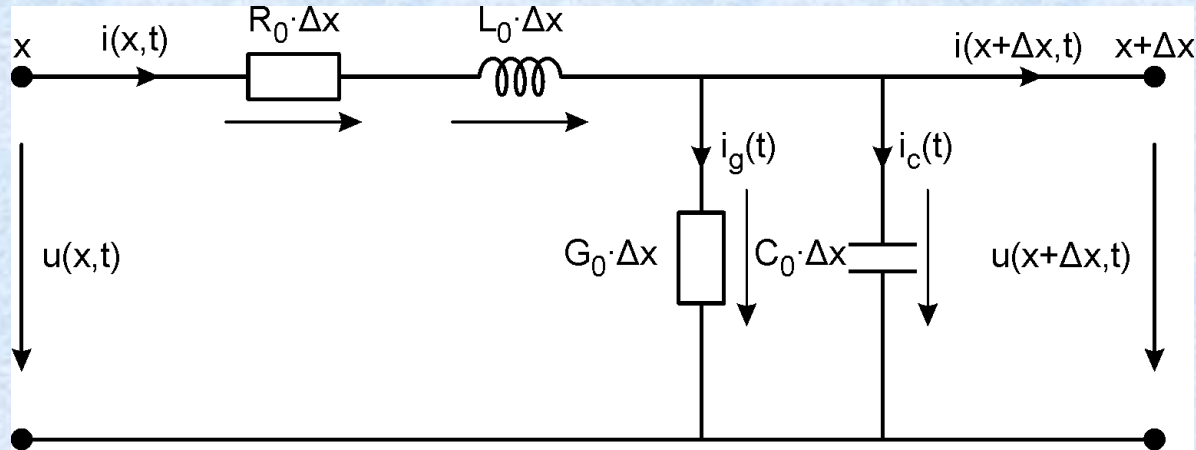
6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Để lập hệ phương trình mạch, ta sử dụng một đoạn đường dây ngắn (mạch đó vẫn được coi là mạch tập trung) $R = R_0 \cdot \Delta x; L = L_0 \cdot \Delta x; G = G_0 \cdot \Delta x; C = C_0 \cdot \Delta x;$



Chú ý: Còn một số phương pháp mô tả kiểu khác, nhưng cũng dẫn tới các kết quả tương tự.

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

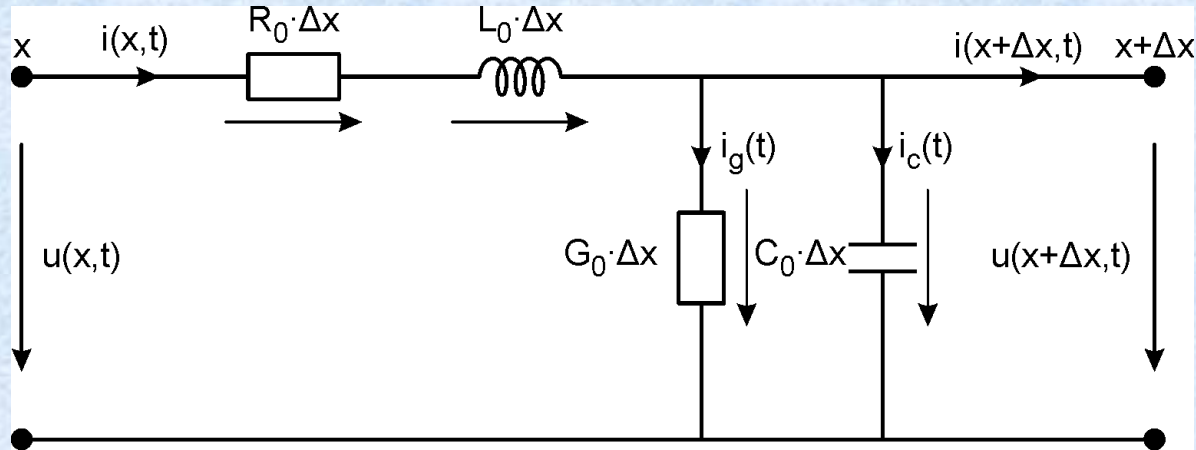


- Biểu diễn các tín hiệu đầu ra theo các tín hiệu đầu vào và thông số mạch điện:

$$\begin{cases} u(x + \Delta x, t) &= u(x, t) - u_R(t) - u_L(t) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} i(x + \Delta x, t) &= i(x, t) - i_G(t) - i_C(t) \end{cases} \quad (2)$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài



- Biểu diễn các tín hiệu đầu ra theo các tín hiệu đầu vào và thông số mạch điện:

$$\begin{cases} u(x + \Delta x, t) = u(x, t) - R \cdot i(x, t) - L \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} & (3) \\ i(x + \Delta x, t) = i(x, t) - G \cdot u(x + \Delta x, t) - C \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t} & (4) \end{cases}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Chuyển về dạng sai phân

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{u(x + \Delta x, t) - u(x, t)}{\Delta x} = -R_0 \cdot i(x, t) - L_0 \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{i(x + \Delta x, t) - i(x, t)}{\Delta x} = -G_0 \cdot u(x + \Delta x, t) - C_0 \cdot \frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (6)$$

- Lấy tiệm cận $\Delta x \rightarrow 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = -R_0 \cdot i(x, t) - L_0 \cdot \frac{\partial i(x, t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (7)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial i(x, t)}{\partial x} = -G_0 \cdot u(x, t) - C_0 \cdot \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \end{array} \right. \quad (8)$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Xét riêng cho trường hợp tín hiệu xoay chiều điều hòa:

$$\begin{cases} u(x,t) &= U_0(x) \cdot \sin(\omega t + \varphi(x)) \\ i(x,t) &= I_0(x) \cdot \sin(\omega t + \theta(x)) \end{cases}$$

- Ảnh phức của các tín hiệu:

$$\begin{cases} u(x,t) = U_0(x) \cdot \sin(\omega t + \varphi(x)) & \rightarrow \dot{U}(x) = \frac{U_0(x)}{\sqrt{2}} \angle \varphi(x) \\ i(x,t) = I_0(x) \cdot \sin(\omega t + \theta(x)) & \rightarrow \dot{I}(x) = \frac{I_0(x)}{\sqrt{2}} \angle \theta(x) \end{cases}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Hệ phương trình cho ảnh phức:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\dot{U}(x)}{dx} = -R_0 \cdot \dot{I}(x) - L_0 \cdot j\omega \dot{I}(x) = -(R_0 + j\omega L_0) \cdot \dot{I}(x) \end{array} \right. \quad (9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\dot{I}(x)}{dx} = -G_0 \cdot \dot{U}(x) - C_0 \cdot j\omega \dot{U}(x) = -(G_0 + j\omega C_0) \cdot \dot{U}(x) \end{array} \right. \quad (10)$$

- Đặt các biến mới:

- Tổng trở phức dọc (đường dây):

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0;$$

- Tổng dẫn phức ngang (đường dây):

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0;$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Hệ phương trình cho ảnh phức:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\dot{U}(x)}{dx} = -Z_0 \cdot \dot{I}(x) \quad (11) \\ \frac{d\dot{I}(x)}{dx} = -Y_0 \cdot \dot{U}(x) \quad (12) \end{array} \right.$$

- Từ trên suy ra:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\dot{U}(x)}{dx^2} = -Z_0 \frac{d\dot{I}(x)}{dx} = (Z_0 \cdot Y_0) \dot{U}(x) \quad (13) \\ \frac{d^2\dot{I}(x)}{dx^2} = -Y_0 \frac{d\dot{U}(x)}{dx} = (Z_0 \cdot Y_0) \dot{I}(x) \quad (14) \end{array} \right.$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Đặt biến mới:

- Hệ số truyền sóng: $\gamma = \sqrt{Z_0 \cdot Y_0} = \alpha + j\beta$

- Hệ phương trình trở thành:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{U}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \cdot \dot{U}(x) \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 \dot{I}(x)}{dx^2} = \gamma^2 \cdot \dot{I}(x) \end{cases} \quad (16)$$

- Hệ có nghiệm (với các hệ số phức):

$$\begin{cases} \dot{U}(x) = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{I}(x) = \dot{B}_1 e^{-\gamma x} + \dot{B}_2 e^{\gamma x} \end{cases} \quad (18)$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Liên hệ giữa các hệ số (phối hợp (11),(12)):

$$\frac{d\dot{U}(x)}{dx} = (-\gamma \dot{A}_1) e^{-\gamma x} + (\gamma \dot{A}_2) e^{\gamma x} = -Z_0 \cdot (\dot{B}_1 e^{-\gamma x} + \dot{B}_2 e^{\gamma x})$$

$$\rightarrow \dot{B}_1 = \frac{\gamma \dot{A}_1}{Z_0}; \dot{B}_2 = -\frac{\gamma \dot{A}_2}{Z_0}$$

- Đặt biến mới: Tổng trở sóng của đường dây

$$Z_C = \frac{Z_0}{\gamma}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Đặt biến mới: Các thành phần thuận nghịch

$$\begin{cases} \dot{U}(x) &= \dot{A}_1 e^{-\gamma x} + \dot{A}_2 e^{\gamma x} &= \dot{U}^+(x) + \dot{U}^-(x) \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \dot{I}(x) &= \frac{\dot{A}_1}{Z_C} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{A}_2}{Z_C} e^{\gamma x} &= \dot{I}^+(x) - \dot{I}^-(x) \end{cases} \quad (18)$$

- Quan hệ giữa các thành phần:

$$\frac{\dot{U}^+(x)}{\dot{I}^+(x)} = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{I}^-(x)} = Z_C$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Xem xét thành phần $e^{-\gamma x}$:

$$\dot{U}^+ = \dot{A}_1 e^{-\gamma x} = A_1 e^{j\varphi_1} e^{-(\alpha + j\beta)x} = A_1 e^{-\alpha x} e^{j(-\beta x + \varphi_1)}$$

- Hàm thời gian tương ứng:

$$u^+(x, t) = \sqrt{2} A_1 e^{-\alpha x} \sin(\omega t - \beta x + \varphi)$$

là thành phần sóng thuận (từ trái sang phải) lan truyền với tốc độ

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Xem xét thành phần $e^{+\gamma x}$:

$$\dot{U}^- = \dot{A}_2 e^{\gamma x} = A_2 e^{j\varphi_2} e^{(\alpha + j\beta)x} = A_2 e^{\alpha x} e^{j(\beta x + \varphi_2)}$$

- Hàm thời gian tương ứng:

$$u^-(x, t) = \sqrt{2} A_2 e^{\alpha x} \sin(\omega t + \beta x + \varphi_2)$$

là thành phần sóng nghịch (từ phải sang trái) lan truyền với tốc độ

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Hệ số phản xạ $n(x)$:

$$n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)} = \frac{\dot{A}_2}{\dot{A}_1} e^{2\gamma x} = n_1 e^{2\gamma x}$$

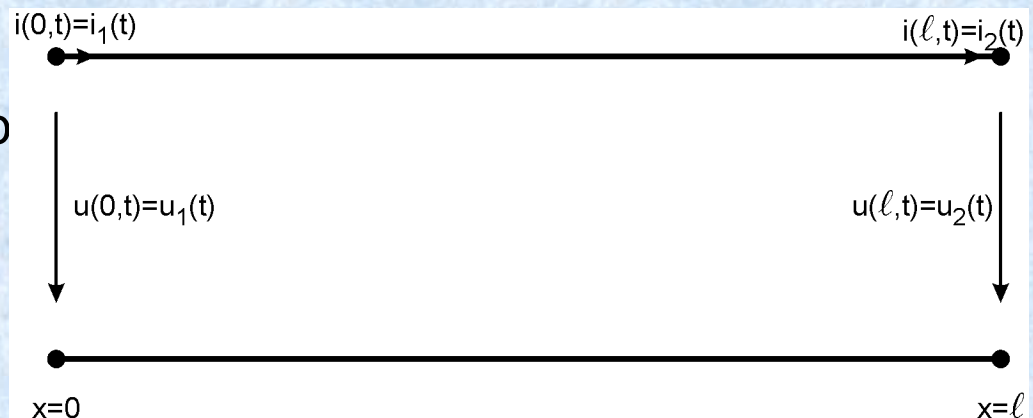
trong đó có hai vị trí đặc biệt:

- Đầu đường dây (Cặp nút 1-1'):

- Điện áp:
- Dòng điện:
- Hệ số phản xạ:

- Cuối đường dây (Cặp

- Điện áp:
- Dòng điện:
- Hệ số phản xạ:



6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Hệ số phản xạ $n(x)$

$$n(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)}$$

trong đó có hai vị trí đặc biệt

- Đầu đường dây (C)

- Điện áp:

- Dòng điện:

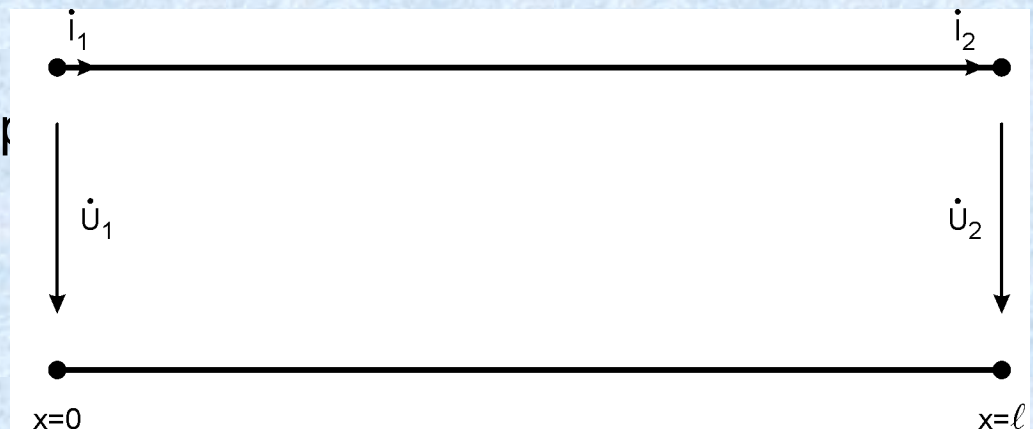
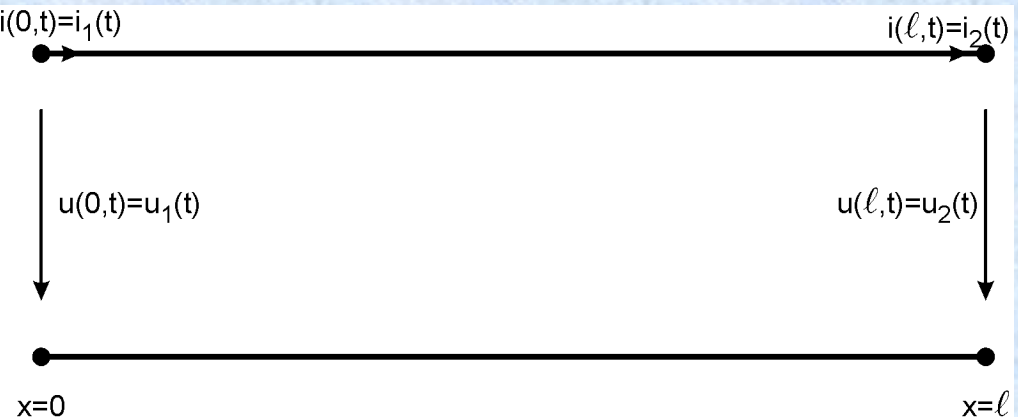
- Hệ số phản xạ:

- Cuối đường dây (C)

- Điện áp:

- Dòng điện:

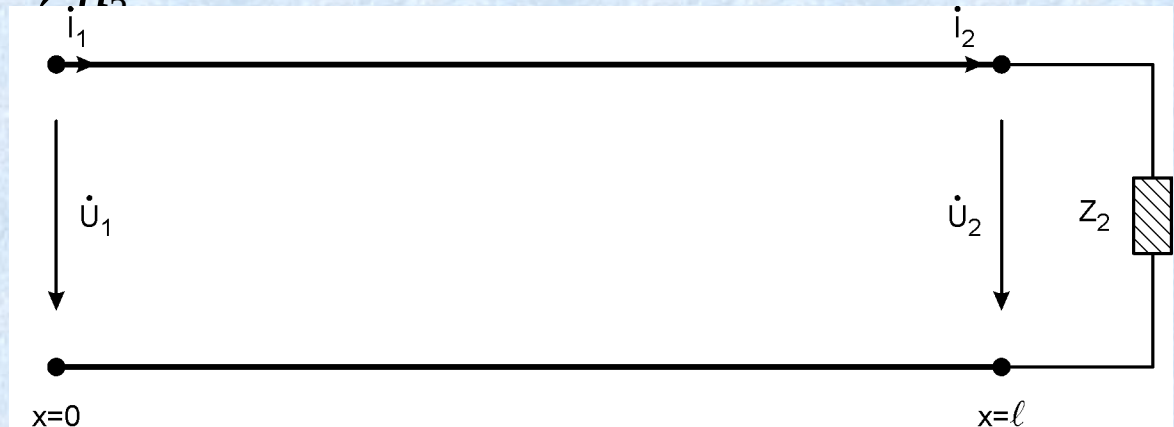
- Hệ số phản xạ:



6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Khi cuối đường dây có tải Z_2 :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{U}_2 = \dot{U}_2^+ + \dot{U}_2^- \\ \dot{I}_2 = \dot{I}_2^+ - \dot{I}_2^- \\ Z_C = \frac{\dot{U}_2^+}{\dot{I}_2^+} = \frac{\dot{U}_2^-}{\dot{I}_2^-} \\ n_2 = \frac{\dot{U}_2^-}{\dot{U}_2^+} = \frac{\dot{I}_2^-}{\dot{I}_2^+} \\ Z_2 = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_2} \end{array} \right. \rightarrow n_r = \frac{Z_2 - Z_C}{Z_2 + Z_C}$$



6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Ba trường hợp đặc biệt:

- Hở mạch: $Z_2 = \infty \rightarrow n_2 = 1$
- Ngắn mạch: $Z_2 = 0 \rightarrow n_2 = -1$
- Hòa hợp tải: $Z_2 = Z_C \rightarrow n_2 = 0$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Tóm tắt lại các thông số đặc trưng của đường dây dài (khi được cho R_0 , L_0 , G_0 , C_0 và ω):

- Tổng trở dọc:

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0$$

- Tổng dẫn ngang:

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0$$

- Hệ số truyền sóng:

$$\gamma = \sqrt{Z_0 \cdot Y_0} = \alpha + j\beta$$

- Vận tốc truyền sóng:

$$v = \frac{\omega}{\beta}$$

- Tổng trở sóng:

$$Z_C = \frac{\beta}{\gamma} Z_0 = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_0}}$$

- Hệ số phản xạ:

$$\dot{n}(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)}; \dot{n}_2 = \frac{Z_2 - Z_C}{Z_2 + Z_C}$$

6.3. Các hệ phương trình đặc trưng cơ bản của đường dây dài

- Một số nhận xét:
 - Tốc độ truyền sóng là một hàm của tần số nên dẫn tới hiện tượng méo tín hiệu.
 - Điện kiện để chống méo tín hiệu:
 - Phương pháp Pupin hóa:

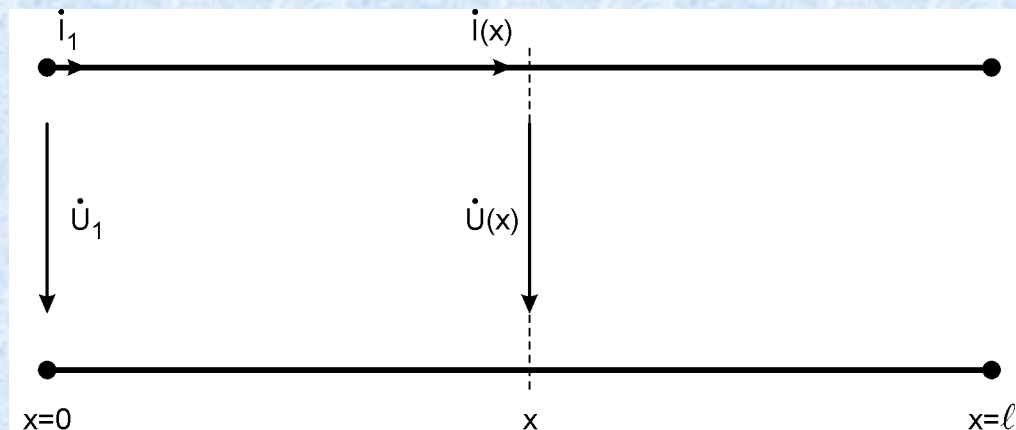
Chương VII: Đường dây dài ở chế độ truyền công suất

- 7.1. Hệ phương trình hyperbolic của đường dây dài
- 7.2. Ma trận **A** tương đương của đường dây dài
- 7.3. Giải mạch đường dây dài đơn trong chế độ truyền công suất
- 7.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền công suất

7.1. Hệ phương trình hyperbolic của đường dây dài

- Các nghiệm của các hệ phương trình mạch đường dây dài có chứa các thành phần $e^{-\gamma x}$ và $e^{\gamma x}$
- Ta xét nghiệm ở dạng (với x – khoảng cách tới đầu đường dây)

$$\dot{U}(x) = M \cosh(\gamma x) + N \sinh(\gamma x)$$



7.1. Hệ phương trình hyperbolic của đường dây dài

- Khi đó dòng điện được tính theo:

$$\frac{d\dot{U}(x)}{dx} = \gamma M \sinh(\gamma x) + \gamma N \cosh(\gamma x) = -Z_0 \cdot \dot{I}(x)$$

$$\rightarrow \dot{I}(x) = -\frac{M}{Z_C} \sinh(\gamma x) - \frac{N}{Z_C} \cosh(\gamma x)$$

- Tại điểm đầu đường dây ($x=0$)

$$\begin{cases} \dot{U}(0) = M \\ \dot{I}(0) = -\frac{N}{Z_C} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} M = \dot{U}(0) = \dot{U}_1 \\ N = -Z_C \cdot \dot{I}(0) = -Z_C \cdot \dot{I}_1 \end{cases}$$

7.1. Hệ phương trình hyperbolic của đường dây dài

- Từ đó ta có:

$$\begin{cases} \dot{U}(x) &= \dot{U}_1 \cdot \cosh(\gamma x) - \dot{I}_1 \cdot Z_C \cdot \sinh(\gamma x) \\ \dot{I}(x) &= -\dot{U}_1 \cdot \frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\gamma x) + \dot{I}_1 \cdot \cosh(\gamma x) \end{cases}$$

- Tại điểm cuối đường dây ($x=l$) (biểu diễn theo dạng **B**)

$$\begin{cases} \dot{U}_2 = \dot{U}(l) &= \dot{U}_1 \cdot \cosh(\gamma l) - \dot{I}_1 \cdot Z_C \cdot \sinh(\gamma l) \\ \dot{I}_2 = \dot{I}(l) &= -\dot{U}_1 \cdot \frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\gamma l) + \dot{I}_1 \cdot \cosh(\gamma l) \end{cases}$$

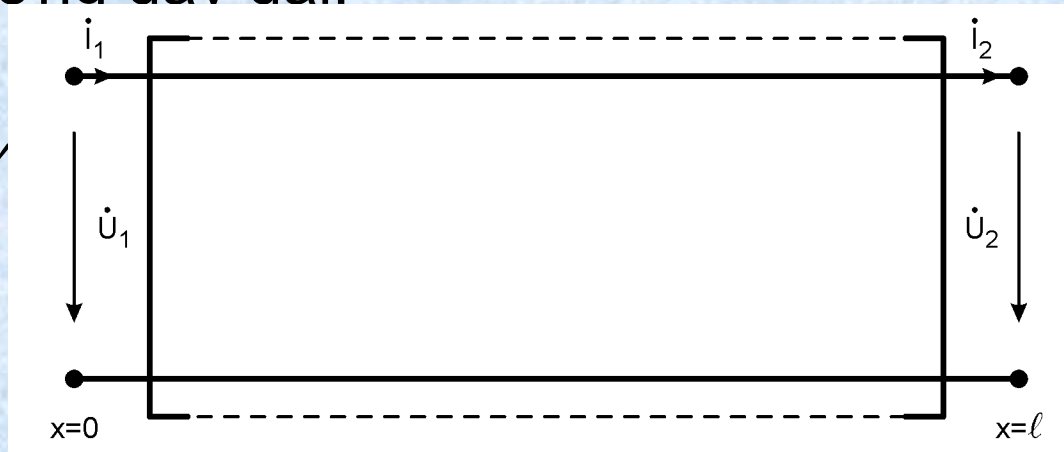
7.2. Ma trận **A** tương đương của đường dây dài

- Từ đó suy ra biểu diễn theo dạng **A**:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 \cdot \cosh(\gamma l) + \dot{I}_2 \cdot Z_C \cdot \sinh(\gamma l) \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}_2 \cdot \frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\gamma l) + \dot{I}_2 \cdot \cosh(\gamma l) \end{cases}$$

- Ma trận **A** của đường dây dài:

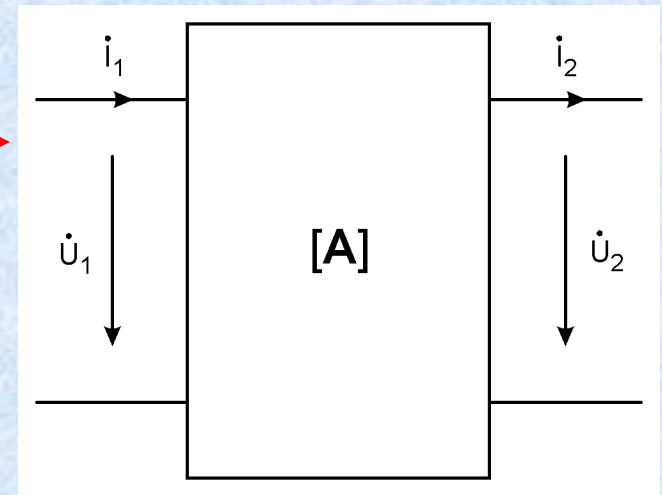
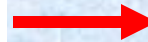
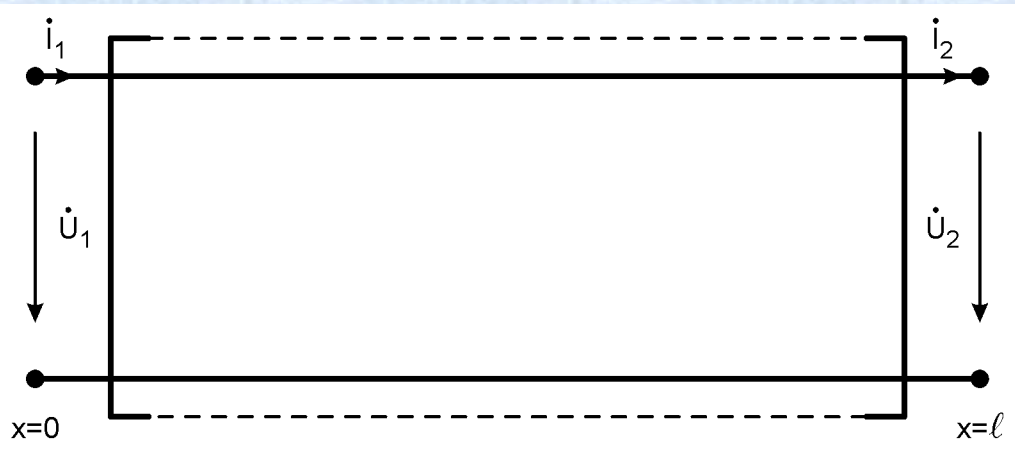
$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_C \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$



7.2. Ma trận **A** tương đương của đường dây dài

- Ma trận **A** của đường dây dài:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_C \cdot \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$

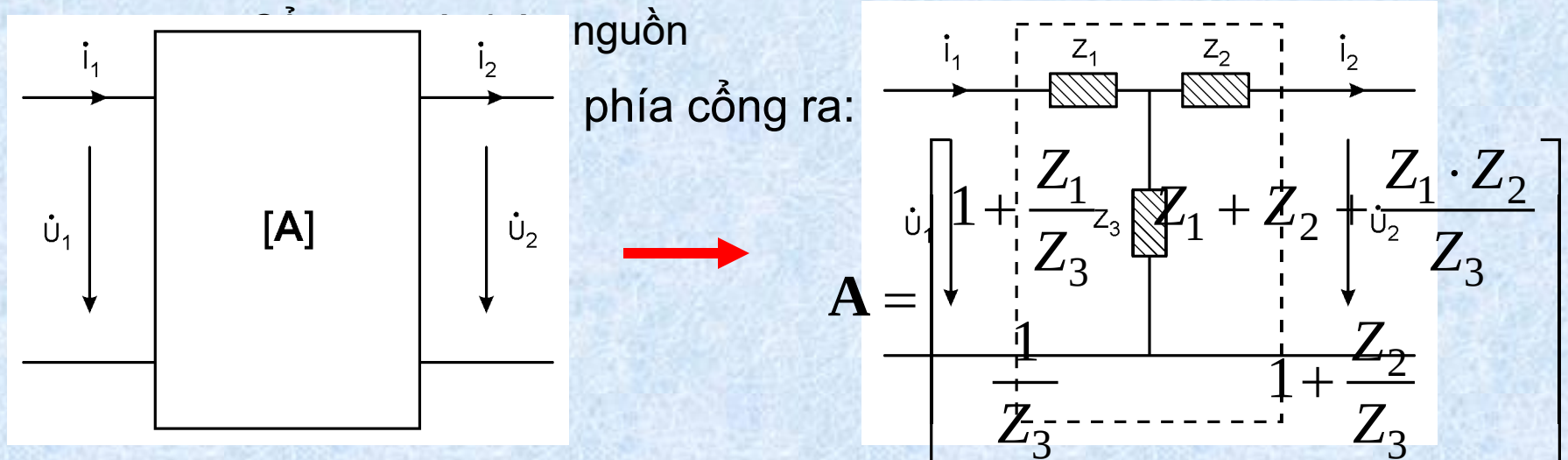


7.2. Ma trận **A** tương đương của đường dây dài

- Khi ta thay đường dây dài bằng mạng hai cửa cho theo ma trận **A**, ta sẽ đưa được bài toán mạng có thông số rải (đường dây dài) về bài toán mạng tập trung và hoàn toàn có thể sử dụng các phương pháp đã biết để giải mạch tìm các tín hiệu ở đầu và cuối đường dây (cũng là đầu vào cuối của mạng hai cửa).

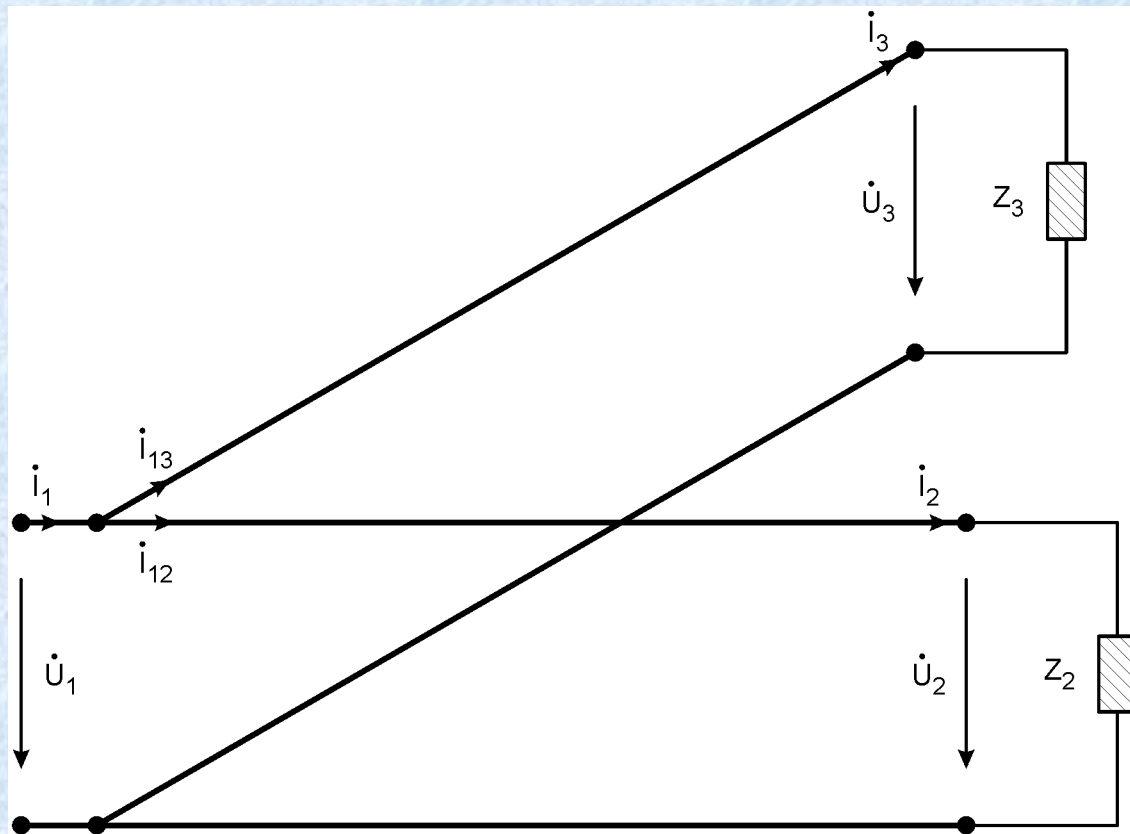
7.3. Giải mạch đường dây dài đơn trong chế độ truyền công suất

- Nhắc lại phương pháp giải mạch có mạng hai cửa (cho theo ma trận **A**):
 - Thay tương đương mạng hai cửa cho theo A bằng mạng hai cửa chữ T hoặc Π .
 - Thay tương đương phía cổng vào:
 - Cổng ra chỉ chứa tải



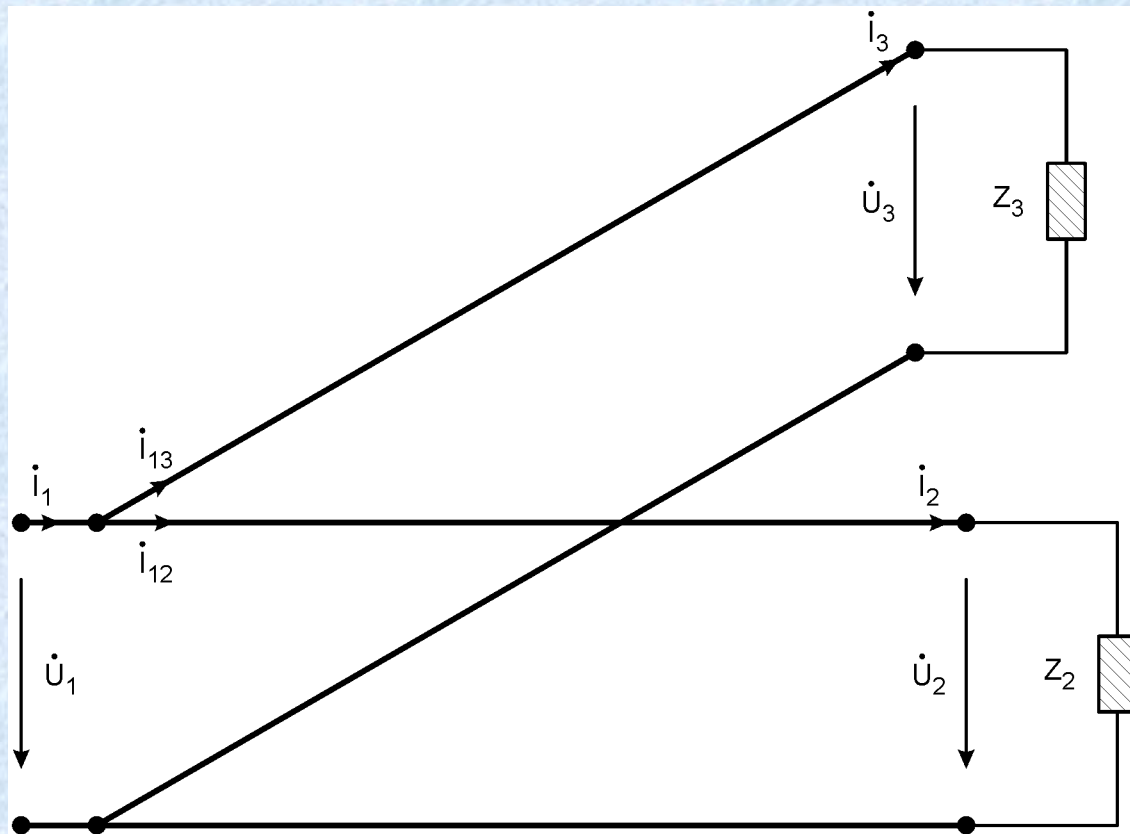
7.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền công suất

- Sử dụng các phép biến đổi tương đương để giải mạch
 - (Ví dụ mạch thanh cái 2 nhánh phụ tải)



7.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền công suất

- Sử dụng các phép biến đổi tương đương để giải mạch
 - (Ví dụ mạch thanh cái 2 nhánh phụ tải)



Chương VIII: Đường dây dài ở chế độ truyền sóng

- 8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây
- 8.2. Mô hình Petersen cho sóng đánh tới cuối đường dây đơn
- 8.3. Giải mạch đường dây dài đơn trong chế độ truyền sóng
- 8.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền sóng

Chương VIII: Đường dây dài ở chế độ truyền sóng

- Quá trình quá độ trên đường dây dài ta tạm xét cho đường dây không tiêu tán ($R_0=G_0=0$):

- Trong mạch tần số cao (ω rất lớn):

$$Z_0 = R_0 + j\omega L_0 \approx j\omega L_0 \rightarrow R_0 \approx 0$$

$$Y_0 = G_0 + j\omega C_0 \approx j\omega C_0 \rightarrow G_0 \approx 0$$

- Trong mạch truyền công suất: Việc giảm độ chính xác cho phép ta có thể dễ dàng tính toán hơn nên tạm chấp nhận.

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Đường dây dài không tiêu tán có các thông số cơ bản tính toán đơn giản hơn:

- Tổng trở dọc:

$$Z_0 = j\omega L_0$$

- Tổng dẫn ngang:

$$Y_0 = j\omega C_0$$

- Hệ số truyền sóng:

- Vận tốc truyền sóng: $\gamma = \sqrt{Z_0 \cdot Y_0} = j\omega\sqrt{L_0 C_0} \rightarrow \alpha = 0; \beta = \omega\sqrt{L_0 C_0}$

- Tổng trở sóng:

$$v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \in \square$$

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Hệ số phản xạ:

$$\dot{n}(x) = \frac{\dot{U}^-(x)}{\dot{U}^+(x)} = \frac{\dot{I}^-(x)}{\dot{I}^+(x)}; \dot{n}_2 = \frac{Z_2 - Z_C}{Z_2 + Z_C}$$

- Mạng hai cửa:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_C \cdot \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_C} \cdot \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \cos(\beta l) & j \cdot Z_C \cdot \sin(\beta l) \\ j \cdot \frac{1}{Z_C} \cdot \sin(\beta l) & \cos(\beta l) \end{bmatrix}$$

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Một số nhận xét về các thông số của đường dây không tiêu tán:
 - Tổng trở sóng là số thực (thành phần ảo bằng 0) nên tương đương với điện trở thuần.
 - Vận tốc truyền sóng không phụ thuộc vào tần số nên đường dây không tiêu tán cũng là đường dây không méo.
 - Đường dây không tiêu tán sẽ có công suất tiêu thụ trên đường dây bằng 0.

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Để đơn giản hóa, ta tạm xét các trường hợp:
 - Quá độ không có sơ kiện (các sơ kiện bằng 0).
 - Sóng trên đường dây được “tạo” bởi:
 - Đóng nguồn đầu đường dây
 - Sét đánh tại một điểm trên đường dây.

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Ta chia các hiện tượng cần xem xét thành 2 nhóm:
 - Các hiện tượng xảy ra khi sóng đang chạy trên đường dây
 - Các hiện tượng xảy ra khi sóng tới 1 điểm nút nào đó (cuối 1 đường dây, điểm nối giữa các đường dây, điểm nối các tải vào đường dây)

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Các hiện tượng xảy ra khi sóng đang chạy trên đường dây:

- Do đường dây không tiêu tán nên chỉ có hiện tượng *trễ*:

$$u_B(t) = u_A(t - \Delta t) \quad \Delta t = \frac{l_{AB}}{v} \quad v = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

- Tùy theo chiều của sóng chạy, mỗi sóng trên đường dây là một thành phần thuận hoặc nghịch nên giữa dòng và áp của sóng chạy vẫn có liên hệ (lưu ý do Z_C là thuần trở nên quan hệ có thể cho được theo hàm thời gian)

$$u^+(x,t) = Z_C \cdot i^+(x,t); u^-(x,t) = Z_C \cdot i^-(x,t)$$

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Các hiện tượng xảy ra khi sóng đánh tới điểm nối:
 - Một phần năng lượng của sóng sẽ “khúc xạ” vào hệ thống ghép nối vào đường dây
 - Một phần năng lượng sẽ tạo thành sóng “phản xạ” lan truyền ngược trở lại
- Nếu cuối đường dây chỉ là tải thì phần năng lượng khúc xạ sẽ tiêu tán trên tải đó
- Nếu cuối đường dây còn có các đường dây khác nối vào thì một phần năng lượng khúc xạ sẽ tạo thành 1 sóng mới ở đầu các đường dây phía sau (nên sóng này được gọi là sóng khúc xạ)

8.1. Đường dây dài không tiêu tán và hiện tượng sóng chạy trên đường dây

- Bài toán cơ bản:
 - Cho biết các thông số của đường dây và của sóng đánh tới trên đường dây đó, cho biết các thông số của hệ thống ghép nối trên đường dây.
 - Xác định thành phần phản xạ và thành phần khúc xạ (dòng và áp)
- Bài toán cơ bản có thể được giải bằng phương pháp Petersen

8.2. Mô hình Petersen cho sóng đánh tới cuối đường dây đơn

- Khi sóng đánh tới cuối đường dây ta có:

$$\begin{cases} u_{tới}(x,t) &= u^+(x,t) \\ u_{p.xạ}(x,t) &= u^-(x,t) \end{cases}$$

- Do tổng trở sóng Z_C là thuần trở nên:

$$\rightarrow \begin{cases} u_{tới}(x,t) &= Z_C \cdot i_{tới}(x,t) \\ u_{p.xạ}(x,t) &= Z_C \cdot i_{p.xạ}(x,t) \end{cases}$$

- Theo phương trình truyền sóng tại điểm cuối:

$$\rightarrow \begin{cases} u_2(t) &= u_{tới}(l,t) + u_{p.xạ}(l,t) \\ i_2(t) &= i_{tới}(l,t) - i_{p.xạ}(l,t) \end{cases}$$

8.2. Mô hình Petersen cho sóng đánh tới cuối đường dây đơn

- Từ hai phương trình trên suy ra:

$$u_2(t) + Z_C \cdot i_2(t) = 2 \cdot u_{tới}(l, t) = 2 \cdot u_{tới}(t)$$

→ Có thể xây dựng mô hình mạch tương đương mô tả quan hệ trên như sau (mô hình Petersen):

8.2. Mô hình Petersen cho sóng đánh tới cuối đường dây đơn

- Từ mô hình Petersen ta có: Các hiện tượng xảy ra tại cuối đường dây tương tự như việc đóng 1 nguồn điện áp $2u_{\text{tới}}(t)$ có điện trở trong Z_c vào mạch tải cuối đường dây.
- Nếu tải cuối đường dây là tải tuyến tính thì ta sẽ sử dụng các phương pháp giải mạch tuyến tính (ví dụ phương pháp ảnh Laplace,...)
- Nếu tải cuối đường dây là tải phi tuyến thì ta sẽ sử dụng các phương pháp giải mạch phi tuyến (ví dụ phương pháp tuyến tính hóa từng đoạn, phương pháp sai phân,...)

8.3. Giải mạch đường dây dài đơn trong chế độ truyền sóng

- Ví dụ minh họa: tải đơn thuần trở, tải đơn bảo vệ đơn, bảo vệ kép, tải biến áp, tải cảm phi tuyến,...
- Chú ý các trường hợp đặc biệt: $Z_2=0$, $Z_2=\infty$, $Z_2=Z_C$, $Z_2=R_2$.

8.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền sóng

- Mở rộng bài toán đường dây đơn: Khi cuối 1 đường dây, ngoài các phần tử tập trung ta có thêm 1 đường dây đầu nối tiếp.
 - Khi sóng đánh tới cuối đường dây thứ nhất, một phần năng lượng khúc xạ sẽ tạo thành sóng khúc xạ bắt đầu chạy từ đầu đường dây thứ 2. Đồng thời ta có $u_{1-k.x_a}(t) = Z_{C2} i_{1-k.x_a}(t)$
 - Khi xét các hiện tượng sóng đánh tới cuối đường dây thứ nhất, ta có đường dây phía sau tương đương với 1 điện trở thuần có giá trị bằng tổng trở sóng của đường dây thứ 2. Vì vậy trong mô hình Petersen, đường dây phía sau sẽ có thể được thay bằng 1 điện trở tương đương.
- Nếu tại điểm nối có nhiều đường dây: Mỗi đường dây đều được thay bằng tổng trở sóng của mình.

8.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền sóng

- Trường hợp hệ thống điện phức tạp:
 - Ta tính toán tuần tự theo quá trình lan truyền của sóng:
 - Khi sóng chạy trên đường dây: chỉ có hiện tượng trể
 - Khi sóng chạy tới 1 điểm nối có tải hoặc có đường dây khác: sử dụng mô hình Petersen để tính thành phần khúc xạ, sau đó là tính thành phần phản xạ.
 - Khi trên đường dây có nhiều thành phần sóng (do hiện tượng phản xạ và khúc xạ nhiều lần) thì giá trị tức thời của điện áp và dòng điện tại 1 điểm trên đường dây sẽ bằng tổng đại số các thành phần (tính chất xếp chồng)

8.4. Giải mạch nhiều đường dây trong chế độ truyền sóng

- Ví dụ: hai đường dây nối tiếp $\rightarrow$ tính các giá trị tín hiệu tại 1 số điểm và 1 số thời điểm
- Ví dụ: hệ thống 3 đường dây,...
- Phản xạ nhiều lần (+ ví dụ trường hợp đặc biệt tải thuần trở, hở mạch, ngắn mạch, hòa hợp tải,...)

Tổng kết môn học và hướng phát triển 😊